



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

POSLOUPNOSTI

S posloupnostmi se setkáváme v podstatě každý den. Posloupnosti představují prakticky nějakou řadu čísel, která je určitým způsobem charakteristická.

Ukázky posloupností

1, 2, 3, 4

- posloupnost čtyř čísel, každé následující číslo kromě prvního je o jedno větší než předcházející číslo, posloupnost je konečná, protože má čtyři prvky

1, 3, 5, 7, ...

- posloupnost čísel, každé následující číslo kromě prvního je o dvě větší než předcházející číslo, posloupnost je nekonečná, protože tři tečky značí pokračování do nekonečna

Každá posloupnost může být dvojího typu:

- 1) posloupnost omezená obsahuje konečný počet prvků, jejím definičním oborem je konečná množina – konečná posloupnost
- 2) posloupnost neomezená obsahuje nekonečně mnoho prvků, jejím definičním oborem je nekonečná množina – nekonečná posloupnost

Přesnější definice pro posloupnost je následující: Posloupnost je funkce, která má jako definiční obor přirozená čísla.

Funkce je přiřazení, které se řídí určitým předpisem. **Definiční obor** je potom skupina čísel, která lze dosazovat za proměnnou funkce. Ukažme si to opět na příkladu.

Funkce $y = x + 2$ definuje posloupnost 3, 4, 5, 6, ...



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

- do funkce $y = x + 2$ dosazujeme postupně přirozená čísla, tedy čísla 1, 2, 3, 4, ... a dostáváme posloupnost 3, 4, 5, 6 ...

Pokud již s posloupnostmi pracujeme, tedy určujeme hlavně jejich vlastnosti, zapisujeme je do složených závorek.

Vlastnosti posloupností

U každé posloupnosti lze určit vlastnosti, které jsou pro ni charakteristické

- 1) Konečná a nekonečná posloupnost – viz výše.
- 2) Omezená a neomezená posloupnost – posloupnost může být omezená shora nebo zdola. **Posloupnost je omezená zdola**, pokud existuje alespoň nějaké číslo, které je menší než jakýkoliv člen dané posloupnosti. **Posloupnost je omezená shora**, pokud existuje alespoň nějaké číslo, které je větší než jakýkoliv člen této posloupnosti. **Posloupnost je celkově omezená**, pokud je omezená alespoň nějakým číslem zdola a současně alespoň nějakým jiným číslem shora.
- 3) **Rostoucí** nebo **klesající** posloupnost – posloupnost může být rostoucí nebo klesající. **Posloupnost je rostoucí**, pokud každý její následující člen je větší než člen předcházející. **Posloupnost je klesající**, pokud každý její následující člen je menší než člen předcházející.

Vlastnosti posloupností

{1, 2, 3, 4, ...} – rostoucí posloupnost, zdola omezená například číslem 0, nekonečná

{100, 99, 98, 97, ...} – klesající posloupnost, shora omezená například číslem 101, nekonečná

{1, 5, 66, 456, ...} – posloupnost rostoucí, zdola omezená například číslem 0, nekonečná



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} – posloupnost rostoucí, zdola omezená například číslem nula, konečná

Pro určování vlastností posloupností je velmi vhodný jejich záznam do grafu. Pohledem na graf potom zjistíme některé vlastnosti na první pohled. Postup je jednoduchý. Jednotlivé členy posloupnosti se zaznamenávají vedle sebe ve stejné vzdálenosti na ose x . Jejich poloha na ose y je dána jednotlivým číslem, čím větší číslo, tím bude umístěno více nahoru.

PŘÍKLADY POSLOUPNOSTÍ

Pokud si posloupnost zadáme vzorcem může vypadat například takto: $a_n = n/(n+2)$... pokud za n dosadíme čísla (1, 2, 3, 4, 5, ...) pak budou prvky naší posloupnosti vypadat takto:

$$a_1 = 1/(1+2) = 1/3 = 0,33;$$

$$a_2 = 2/(2+2) = 0,5;$$

$$a_3 = 3/(3+2) = 3/5 = 0,6;$$

$$a_4 = 4/(4+2) = 4/6 = 0,66;$$

$$a_5 = 5/(5+2) = 5/7 = 0,71 \dots$$

$$a_{100} = 100/(100+2) = 100/102 = 0,98 \dots$$

$$a_{1000} = 1000/(1000+2) = 1000/1002 = 0,99 \dots$$

Z vypočtených členů posloupnosti je vidět, že naše posloupnost má limitu 1, což jinými slovy znamená, že pro n blíží se k nekonečnu se vypočtené hodnoty posloupnosti blíží k 1, ale přitom ji nikdy nedosáhnou.

Pokud si posloupnost zadáme vzorcem může vypadat například takto: $a_n = 1/n$... pokud za n dosadíme čísla (1, 2, 3, 4, 5, ...) pak budou prvky naší posloupnosti vypadat takto:

$$a_1 = 1/1 = 1/3 = 1;$$

$$a_2 = 1/2 = 0,5;$$

$$a_3 = 1/3 = 0,33 = 0,6;$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

$$a_4 = 1/4 = 0,25 = 0,66;$$

$$a_5 = 1/5 = 0,2 = 0,71 \dots$$

$$a_{100} = 1/100 = 0,01 \dots$$

$$a_{1000} = 1/1000 = 0,001 \dots$$

Z vypočtených členů posloupnosti je vidět, že naše posloupnost má limitu 0, což opět jinými slovy znamená, že pro n blížící se k nekonečnu se vypočtené hodnoty posloupnosti blíží k 0, ale přitom ji nikdy nedosáhnou.

Druhy posloupností

Existují dva základní druhy posloupnost

- 1) Posloupnost aritmetická
- 2) Posloupnost geometrická

Příklady:

1. Najdi v konečné posloupnosti
2;1;0;2;0;-1;2;-1;-3;2;-2;-5 všechny členy, pro
které platí: a) $a_n=0$

Řešení: $a_3; a_5$

2. Jaký bude další člen řady a_7 ?
2;4;6;8;10;...
Platí: $a_1=2, a_2=4, a_3=6, a_4=8, a_5=10 \dots$ Hodnota
je vždy dvojnásobek dosazovaného čísla n
Řešení: $a_7=14$

3. Napište prvních pět členů posloupnosti $a_n = 6 - n$
Řešení: 5; 4; 3; 2; 1;