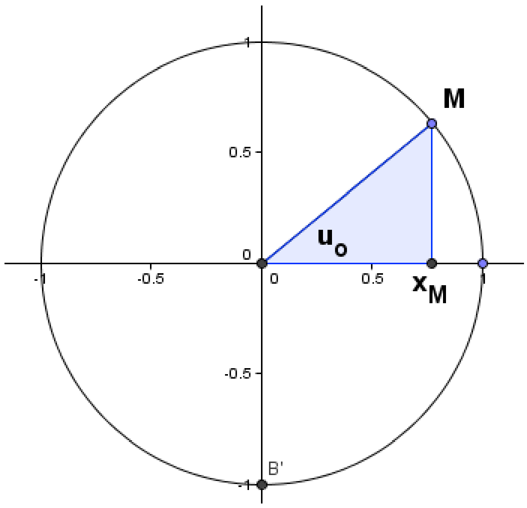
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

FUNKCE KOSINUS

Definice funkce kosinus na jednotkové kružnici :



Reálnému číslu u přiřadíme na jednotkové kružnici

bod M, pro číslo $u_o \in \langle 0; 2\pi)$ platí :

$u = u_o + m.2\pi$, kde m je celé č.

Funkcí kosinus je každému reálnému číslu u přiřazeno číslo $\mathbf{x_M}$.

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

POZNÁMKA

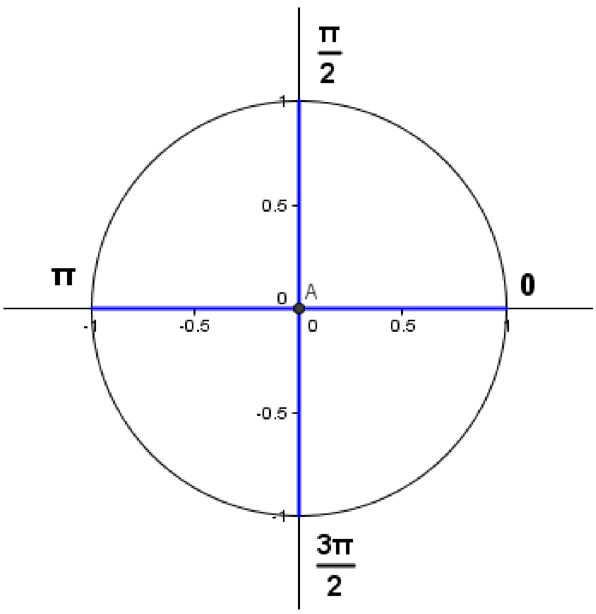
Z vyznačeného trojúhelníku je patrné, že cos u_0 je přilehlá odvěsna ku přeponě MO, která je rovna jedné (poloměr jednotkové kružnice). V prvním kvadrantu velikost vodorovné odvěsny koresponduje s x-ovou souřadnicí bodu M. Podle toho si lze pamatovat, že funkce cos bude mít hodnoty na ose x.

Definičním oborem funkce kosinus je množina R a budeme pro ni používat zápis **y = cos x**

Nyní odvodíme hodnoty funkce cos přiřazené některým význačným číslům (a vlastně i úhlům):

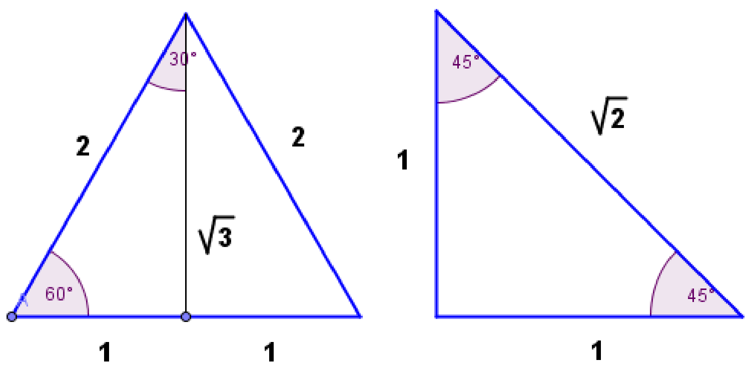
V intervalu $\langle 0; 2\pi)$ půjde o čísla $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3}{2}\pi$

Z jednotkové kružnice snadno vyčteme hodnoty:



$\cos\ 0 = 1$, $\cos\ \frac{\pi}{2} = 0$, $\cos\ \pi = -1$, $\cos\ \frac{3\pi}{2} = 0$

V intervalu $\left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right)$ půjde o čísla $\frac{1}{6}\pi$ (30°), $\frac{1}{4}\pi$ (45°), $\frac{1}{3}\pi$ (60°). K odvození stačí načrtnout šikovně dva trojúhelníky :



Protože kosinus je poměr přilehlé odvěsny ku přeponě v pravoúhlém trojúhelníku, snadno určíme:

$\cos\ \frac{1}{6}\pi = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\ \frac{1}{4}\pi = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\ \frac{1}{3}\pi = \frac{1}{2}$

CVIČENÍ

Vypočtěte: 1) $\sqrt{24}\,.\cos\dfrac{\pi}{6}\cos\dfrac{\pi}{4}=$

2) $\left(\cos\dfrac{\pi}{4}\right)^4\left(\sin\dfrac{\pi}{6}\right)^3=$

VÝSLEDKY

1) 3 , 2) $\dfrac{1}{32}$

Pro dynamickou demonstraci hodnot funkce kosinus na jednotkové kružnici otevřete přílohu 2 v aplikaci „geogebra“.

VLASTNOSTI FUNKCE KOSINUS

Víme již, že definičním oborem funkce kosinus je množina R. V příloze 2 můžeme při pohybu ramene zobrazeného úhlu vidět, že hodnoty funkce cos se pohybují na ose y v rozmezí souřadnic -1 až +1. Definiční obor i obor funkčních hodnot lze tedy zapsat takto:

D(f) = R, H(f) = $\langle -1;1\rangle$

Z definice funkce kosinus a také z pozorování dynamické demonstrace v příloze 2 vyplývá věta:

Pro všechna x є R a pro všechna k є Z platí :

$\cos(x + 2k\pi) = \cos x$

Např. $\cos\frac{\pi}{2} = \cos\frac{5\pi}{2} = \cos\frac{9\pi}{2} = 0$

Této skutečnosti říkáme, že goniometrická funkce kosinus je periodická s periodou 2π (360°).

Z přílohy 2 můžeme též zjistit, ve kterých intervalech jsou hodnoty funkce cos kladné či záporné a také určit její monotónnost :

interval	cos x	monotónnost
$\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$	+	klesající
$\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$	-	klesající
$\left(\pi;\frac{3\pi}{2}\right)$	-	rostoucí
$\left(\frac{3\pi}{2};2\pi\right)$	+	rostoucí

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

PŘÍKLADY

Vypočtěte:

1) $\cos\dfrac{37\pi}{6} =$ 2) $\cos\left(-\dfrac{8\pi}{3}\right) =$

3) $\cos\dfrac{47\pi}{4} =$

ŘEŠENÍ

1) $$\cos\frac{37\pi}{6} = \cos\left(\frac{\pi}{6} + 3.2\pi\right) = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

2) $$\cos\left(-\frac{8\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{4\pi}{3} - 2.2\pi\right) = \cos\frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

3) $$\cos\frac{47\pi}{4} = \cos\left(\frac{7\pi}{4} + 5.2\pi\right) = \cos\frac{7\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Použitá literatura :

[1] Odvárko, O., Řepová, J., 2008. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť – 3. část 5. vydání.* Praha. ISBN 978-80-7196-039-3