



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

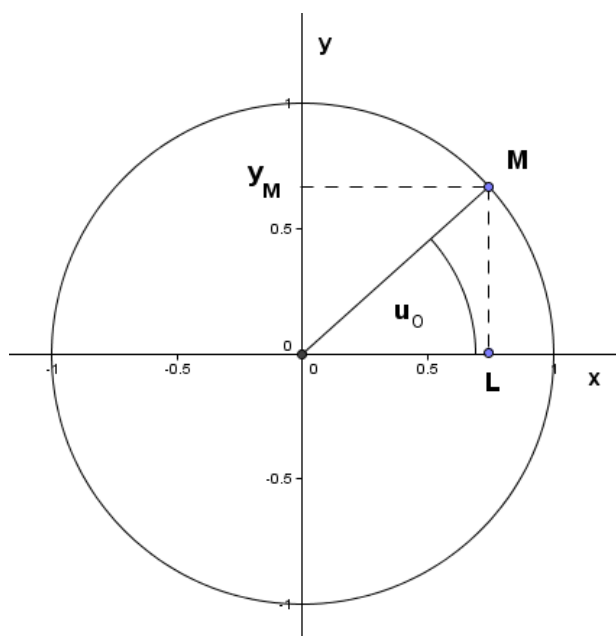
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

FUNKCE SINUS

Definice funkce sinus na jednotkové kružnici:



Reálnému číslu u přiřadíme na jednotkové kružnici bod M , pro číslo $u_0 \in \langle 0; 2\pi \rangle$ platí: $u = u_0 + m \cdot 2\pi$,
kde m je celé č.

Funkcí sinus je každému reálnému číslu u přiřazeno číslo y_M .

POZNÁMKA

Z trojúhelníku OLM je patrné, že $\sin u_0$ je protilehlá odvěsna ML ku přeponě MO , která je rovna jedné (poloměr jednotkové kružnice). V prvním kvadrantu



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

tedy velikost odvěsny ML koresponduje s ypsilonovou souřadnicí bodu M . Podle toho si lze pamatovat, že funkce \sin bude mít hodnoty na ose y .

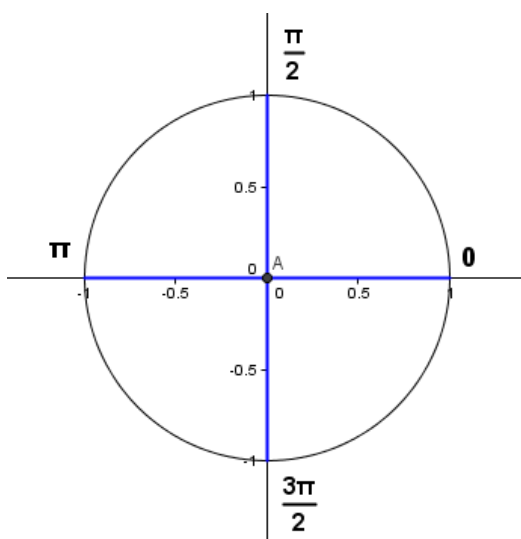
Definičním oborem funkce sinus je množina \mathbb{R} a budeme pro ni používat zápis $y = \sin x$

Nyní odvodíme hodnoty funkce \sin přiřazené některým význačným číslům

(a vlastně i úhlům) :

V intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$ půjde o čísla $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$

Z jednotkové kružnice snadno vyčteme hodnoty :



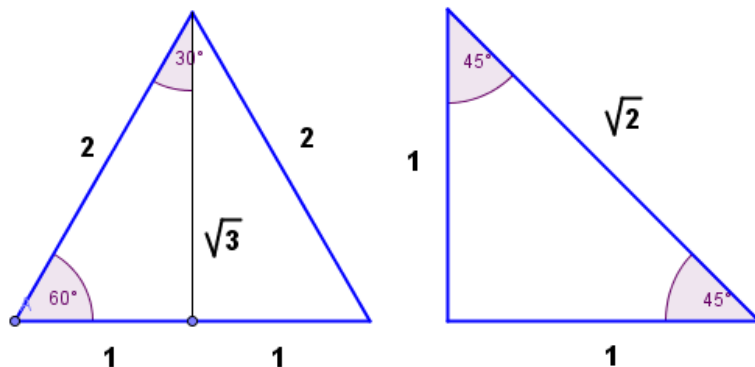
$$\sin 0 = 0, \quad \sin \frac{\pi}{2} = 1, \quad \sin \pi = 0, \quad \sin \frac{3\pi}{2} = -1$$

**Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí
prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým
zaměřením**

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

V intervalu $\left\langle 0; \frac{\pi}{2} \right\rangle$ půjde o čísla $\frac{1}{6}\pi$ (30°), $\frac{1}{4}\pi$

(45°), $\frac{1}{3}\pi$ (60°). K odvození stačí načrtnout šikově
dva trojúhelníky :



Protože sinus je poměr protilehlé odvěsny ku
přeponě v pravoúhlém trojúhelníku, snadno určíme :

$$\sin \frac{1}{6}\pi = \frac{1}{2}, \quad \sin \frac{1}{4}\pi = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sin \frac{1}{3}\pi = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

CVIČENÍ

Vypočtete: 1) $\sqrt{6} \cdot \sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{3} =$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

$$2) \left(\sin \frac{\pi}{6} \right)^3 \left(\sin \frac{\pi}{3} \right)^4 =$$

VÝSLEDKY

$$1) \frac{3}{2}, \quad 2) \frac{9}{128}$$

VLASTNOSTI FUNKCE SINUS

Obrázky v dynamických přílohách rozpohybujete pomocí velkého modrého bodu, změny neukládejte.

V minulých kapitolách jsme již uvedli, že definičním oborem funkce sinus je množina \mathbb{R} . V příloze 1 můžeme při pohybu ramene zobrazeného úhlu vidět, že hodnoty funkce \sin se pohybují na ose y v rozmezí souřadnic -1 až $+1$. Definiční obor i obor funkčních hodnot lze tedy zapsat takto :

$$D(f) = \mathbb{R}, \quad H(f) = \langle -1; 1 \rangle$$

Z definice funkce sinus a také z pozorování dynamické demonstrace v příloze 1 vyplývá věta :

Pro všechna $x \in \mathbb{R}$ a pro všechna $k \in \mathbb{Z}$ platí :



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

$$\sin(x + 2k\pi) = \sin x$$

$$\text{Např. } \sin \frac{\pi}{2} = \sin \frac{5\pi}{2} = \sin \frac{9\pi}{2} = 1$$

Této skutečnosti říkáme, že goniometrická funkce sinus je periodická s periodou 2π (360°).

Z přílohy 1 můžeme též zjistit, ve kterých intervalech jsou hodnoty funkce sin kladné či záporné a také určit její monotónnost :

interval	sin x	monotónnost
$\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$	+	rostoucí
$\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$	+	klesající
$\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$	-	klesající
$\left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$	-	rostoucí



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí
prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým
zaměřením**

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

PŘÍKLADY:

Vypočtěte:

$$1) \sin \frac{37 \pi}{6} = \quad 2) \sin \left(-\frac{8 \pi}{3} \right) = \quad 3) \sin \frac{47 \pi}{4} =$$

Řešení:

$$1) \sin \frac{37 \pi}{6} = \sin \left(\frac{\pi}{6} + 3 \cdot 2 \pi \right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$2) \sin \left(-\frac{8 \pi}{3} \right) = \sin \left(\frac{4 \pi}{3} - 2 \cdot 2 \pi \right) = \sin \frac{4 \pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$3) \sin \frac{47 \pi}{4} = \sin \left(\frac{7 \pi}{4} + 5 \cdot 2 \pi \right) = \sin \frac{7 \pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Použitá literatura :

[1] Odvárko, O., Řepová, J., 2008. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť – 3. část 5. vydání*. Praha. ISBN 978-80-7196-039-3