



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

LOGARITMICKÉ ROVNICE 1. ČÁST

POZNÁMKA

Pomocí znalostí, které jsme již získali o logaritmických funkcích a o logaritmech, budeme v následujících kapitolách řešit i některé exponenciální rovnice.

Při řešení logaritmických rovnic využijeme nejen věty I. až III. o logaritmech, ale i tuto další větu (označme ji třeba V_r):

Věta V_r : Pro každé kladné reálné číslo a různé od jedné a pro všechna kladná reálná čísla x, y platí:

$$\text{je-li } \log_a x = \log_a y, \text{ pak } x = y$$

PŘÍKLAD

Řešte rovnici

$$\log_{10} (5x + 4) - \log_{10} (x - 1) = 2 - \log_{10} 2$$

Řešení:

Číslo 2 na pravé straně rovnice vyjádříme pomocí logaritmu o základu 10, pak obě strany rovnice upravíme podle věty II.

$$\log_{10} (5x + 4) - \log_{10} (x - 1) = \log_{10} 100 - \log_{10} 2$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

$$\log_{10} \frac{5x + 4}{x - 1} = \log_{10} \frac{100}{2}$$

Podle věty V_r dostaneme rovnici:

$$\frac{5x + 4}{x - 1} = \frac{100}{2}$$

$$\frac{5x + 4}{x - 1} = 50$$

$$5x + 4 = 50x - 50$$

$$-45x = -54$$

$$5x = 6$$

$$x = 1,2$$

Zkouška:

$$l(1,2) = \log_{10} (5 \cdot 1,2 + 4) - \log_{10} (1,2 - 1) =$$

$$= \log_{10} 10 - \log_{10} 0,2 = \log_{10} \frac{10}{0,2} = \log_{10} 50$$

$$p(1,2) = \log_{10} 100 - \log_{10} 2 = \log_{10} \frac{100}{2} = \log_{10} 50$$

$$l(1,2) = p(1,2)$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

PŘÍKLAD

Řešte rovnici

$$2 \cdot \log_3 (x - 1) = 0,5 \cdot (\log_3 x^6 - \log_3 x^2)$$

Řešení:

$$2 \cdot \log_3 (x - 1) = 0,5 \cdot (\log_3 x^6 - \log_3 x^2)$$

$$2 \cdot \log_3 (x - 1) = 0,5 \cdot \log_3 \frac{x^6}{x^2}$$

$$2 \cdot \log_3 (x - 1) = 0,5 \cdot \log_3 x^4$$

$$\log_3 (x - 1)^2 = \log_3 (x^4)^{0,5}$$

$$\log_3 (x - 1)^2 = \log_3 x^2$$

$$(x - 1)^2 = x^2$$

$$x^2 - 2x + 1 = x^2$$

$$-2x + 1 = 0$$

$$x = 0,5$$

Zkouška:

$l(0,5) = 2 \cdot \log_3 (0,5 - 1) = ..$ logaritmus je definován pouze pro kladná čísla, proto číslo 0,5 nemůže být kořenem dané rovnice.

Množina všech kořenů rovnice je prázdná.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

PŘÍKLAD

Řešte rovnici

$$(\log_{10} x)^2 + \log_{10} x - 6 = 0$$

Použijeme substituci $\log_{10} x = y$, to znamená, že $x = 10^y$

Budeme tedy řešit kvadratickou rovnici

$$y^2 + y - 6 = 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{b^2 - 4ac} = \sqrt{1 + 24} = 5$$

$$y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 \pm 5}{2} \quad y_1 = 2, \quad y_2 = -3$$

Vrátíme se k substituci a získáme:

$$x_1 = 10^2 = 100, \quad x_2 = 10^{-3} = 0,001$$

Zkouška:

$$l(100) = (\log_{10} 100)^2 + \log_{10} 100 - 6 =$$

$$= 4 + 2 - 6 = 0$$

$$p(100) = 0, \quad l(100) = p(100)$$

$$l(0,001) = (\log_{10} 0,001)^2 + \log_{10} 0,001 - 6 =$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

$$= 9 - 3 - 6 = 0$$

$$p(0,001) = 0, \quad l(0,001) = p(0,001)$$

Rovnice má tedy dva kořeny, a to $x_1 = 100$ a $x_2 = 0,001$

PŘÍKLAD

Řešte rovnici

$$2^{3x-2} = 7^{x+1}$$

Řešení:

Rovnici přepíšeme tak, že přejdeme od výrazů na obou stranách rovnice k jejich logaritmům o základu 10, které lze vypočítat na kalkulačce. Tomuto postupu říkáme, že rovnici logaritmuje.

$$\log_{10} 2^{3x-2} = \log_{10} 7^{x+1}$$

$$(3x - 2)\log_{10} 2 = (x + 1)\log_{10} 7$$

$$3x \log_{10} 2 - 2 \log_{10} 2 = x \log_{10} 7 + \log_{10} 7$$

$$3x \log_{10} 2 - x \log_{10} 7 = \log_{10} 7 + 2 \log_{10} 2$$

$$x (3 \log_{10} 2 - \log_{10} 7) = \log_{10} 7 + 2 \log_{10} 2$$

$$x = \frac{\log_{10} 7 + 2 \log_{10} 2}{3 \log_{10} 2 - \log_{10} 7}$$

$$x \doteq 24,95446$$

Zkoušku můžeme udělat orientačně s vědomím, že výsledek je přibližný. Po dosazení vyjdou obě strany rovnice $8,5913 \cdot 10^{21}$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí
prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým
zaměřením**

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

Použitá literatura :

[1] Odvárko, O., Řepová, J., 2008. *Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť – 3. část 5. vydání.* Praha. ISBN 978-80-7196-039-3