



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

### VÝRAZY S ODMOCNINAMI

- 1)  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$   $n \in \mathbb{R}; a > 0; r \in \mathbb{Z}$
- 2)  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$   $a, b > 0; n \in \mathbb{Z}$
- 3)  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$   $a, b > 0; n \in \mathbb{Z}$
- 4)  $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$   $a > 0; n, m \in \mathbb{Z}$
- 5)  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$   $a > 0; n, m \in \mathbb{Z}$
- 6)  $\sqrt[pn]{a^{pn}} = \sqrt[p]{a^n}$   $a > 0; p, n, m \in \mathbb{Z}$

Každá odmocnina se dá přepsat podle vzorečku  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$  do formy mocniny.

- 1) Výraz  $\sqrt[3]{x^4}$  přepište jako mocninu s racionálním exponentem

Řešení:

$$\sqrt[3]{x^4} = x^{\frac{4}{3}}$$

$$D(f) := \mathbb{R}$$

- 2) Výraz  $\frac{1}{\sqrt[5]{x^6}}$  přepište jako mocninu s racionálním exponentem

Řešení:

$$\frac{1}{\sqrt[5]{x^6}} = x^{-\frac{6}{5}}$$

$$D(f) := \mathbb{R} - \{0\}$$

V případě, že musíme spočítat odmocninu z odmocniny, používáme

vzoreček:  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

V příkladu níže byla ještě vlastnost:  $\sqrt[m]{x} = \sqrt[mn]{x^n}$



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí  
prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým  
zaměřením**

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

**3) Výraz  $\sqrt[3]{x \cdot \sqrt{x}}$  upravte a určete podmínky**

**Řešení:**

$$\sqrt[3]{x \cdot \sqrt{x}} = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{x}} = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x} = \sqrt[6]{x^2} \cdot \sqrt[6]{x} = \sqrt[6]{x^3} = \sqrt{x}$$

$$D(f) := \langle 0; \infty \rangle$$

Odmocniny můžeme také sčítat. Stejně jako v následujícím příkladu

**4) Výraz  $5\sqrt{x} + 4\sqrt{x+1} - 3\sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x} - 3\sqrt{x+1}$  upravte a  
určete podmínky**

**Řešení:**

$$5\sqrt{x} + 4\sqrt{x+1} - 3\sqrt[3]{x} + 2\sqrt{x} - 3\sqrt{x+1} =$$

$$= 7\sqrt{x} + \sqrt{x+1} - 3\sqrt[3]{x}$$

$$D(f) := \langle 0; \infty \rangle$$

V některých případech se nám velmi hodí využití vzorce:

$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$ , kde  $a$  je odmocnina. Stejně, jako  
v následujícím příkladu:



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí  
prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým  
zaměřením**

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

5) Výraz  $\left(\frac{2-\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} - \frac{2+\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{x^2-8x-9}{6\sqrt{x}}$  upravte a určete podmínky

**Řešení:**

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2-\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} - \frac{2+\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{x^2-8x-9}{6\sqrt{x}} = \\ & = \left(\frac{(3+\sqrt{x}) \cdot (2-\sqrt{x}) - (3-\sqrt{x}) \cdot (2+\sqrt{x})}{(3-\sqrt{x}) \cdot (3+\sqrt{x})}\right) \cdot \\ & \cdot \frac{(x-9) \cdot (x+1)}{6\sqrt{x}} = \\ & = \frac{6-3\sqrt{x}+2\sqrt{x}-x - (6+3\sqrt{x}-2\sqrt{x}-x)}{9-x} \cdot \\ & \cdot \frac{(x-9) \cdot (x+1)}{6\sqrt{x}} = \\ & = \frac{6-\sqrt{x}-x-6-\sqrt{x}+x}{-1 \cdot (x-9)} \cdot \frac{(x-9) \cdot (x+1)}{6\sqrt{x}} = \\ & = \frac{2\sqrt{x}}{(x-9)} \cdot \frac{(x-9) \cdot (x+1)}{6\sqrt{x}} = \frac{x+1}{3} \end{aligned}$$

$$D(f): < 0; 9) \cap (9; \infty)$$

Některé příklady (viz níže) vypadají na první pohled velmi složitě. Při bližším prozkoumání se ukáže, že se stále dokola opakují kroky ukázané na předchozích příkladech.



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

6) Výraz  $\frac{2\sqrt{x}-3}{5\sqrt{x}-2} - \frac{\frac{x\sqrt{x}+5\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{x}} + \sqrt{5x}}{5+x}$  upravte a určete podmínky

Řešení:

$$\begin{aligned} & \frac{2\sqrt{x}-3}{5\sqrt{x}-2} - \frac{\frac{x\sqrt{x}+5\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{x}} + \sqrt{5x}}{5+x} = \\ & = \frac{2\sqrt{x}-3}{5\sqrt{x}-2} - \frac{\frac{x\sqrt{x}+5\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{5x} \cdot (\sqrt{5}+\sqrt{x})}{\sqrt{5}+\sqrt{x}}}{5+x} = \\ & = \frac{2\sqrt{x}-3}{5\sqrt{x}-2} - \frac{\frac{x\sqrt{x}+5\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}+x\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{x}}}{5+x} = \\ & = \frac{2\sqrt{x}-3}{5\sqrt{x}-2} - \frac{\frac{x\sqrt{x}+5\sqrt{5}+5\sqrt{x}+x\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{x}}}{5+x} = \\ & = \frac{2\sqrt{x}-3}{5\sqrt{x}-2} - \frac{\frac{(5+x) \cdot \sqrt{x} + (5+x) \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{x}}}{5+x} = \\ & = \frac{2\sqrt{x}-3}{5\sqrt{x}-2} - \frac{\frac{(5+x) \cdot (\sqrt{x}+\sqrt{5})}{\sqrt{5}+\sqrt{x}}}{5+x} = \\ & = \frac{2\sqrt{x}-3}{5\sqrt{x}-2} - \frac{(5+x) \cdot 1}{1} \cdot \frac{1}{1} = \\ & = \frac{2\sqrt{x}-3}{5\sqrt{x}-2} - \frac{5+x}{1} \cdot \frac{1}{5+x} = \\ & = \frac{2\sqrt{x}-3}{5\sqrt{x}-2} - \frac{1}{1} = \\ & = \frac{2\sqrt{x}-3}{5\sqrt{x}-2} - \frac{5\sqrt{x}-2}{5\sqrt{x}-2} = \\ & = \frac{2\sqrt{x}-3-5\sqrt{x}+2}{5\sqrt{x}-2} = \\ & = \frac{-3\sqrt{x}-1}{5\sqrt{x}-2} = \end{aligned}$$



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením**

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

$$D(f): \left(0; \frac{4}{25}\right) \cap \left(\frac{4}{25}; \infty\right)$$

7) Výraz  $\frac{\sqrt{4x-8}}{\sqrt{x^2-4}}$  upravte a určete podmínky

Řešení:

$$\frac{\sqrt{4x-8}}{\sqrt{x^2-4}} = \sqrt{\frac{4 \cdot (x-2)}{(x+2) \cdot (x-2)}} = \sqrt{\frac{4}{x+2}} = \frac{2}{\sqrt{x+2}}$$

$$D(f): < 2; 8)$$

8) Výraz  $\sqrt[5]{\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{5}{6}}}}$  upravte a určete podmínky

Řešení:

$$\sqrt[5]{\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{5}{6}}}} = \sqrt[5]{\left(x^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{5}{6}}\right)} = \sqrt[5]{x^{-3}} = x^{-\frac{3}{5}} = \frac{1}{\sqrt[5]{x^3}}$$

$$D(f): (0; \infty)$$

9) Výraz  $\sqrt{25a} - \sqrt{64a} + \sqrt{4a}$  upravte a určete podmínky

Řešení:

$$\begin{aligned} \sqrt{25a} - \sqrt{64a} + \sqrt{4a} &= \sqrt{25} \cdot \sqrt{a} - \sqrt{64} \cdot \sqrt{a} + \sqrt{4} \cdot \sqrt{a} = \\ &= 5 \cdot \sqrt{a} - 8 \cdot \sqrt{a} + 2 \cdot \sqrt{a} = \\ &= \sqrt{a} \cdot (5 - 8 + 2) = -\sqrt{a} \end{aligned}$$

$$D(f): = \langle 0; \infty)$$