



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

ROZKLAD MNOHOČLENU NA SOUČIN

Rozkladem mnohočlenu na součin rozumíme rozklad mnohočlenu na součin jednodušších mnohočlenů, které zpravidla již nejsou dále rozložitelné.

Pro rozklad mnohočlenu na součin používáme několik metod. Tyto metody budou níže ukázány.

VYTÝKÁNÍ

1) Příklad: rozložte mnohočlen $5x^2 - 10x$ na součin mnohočlenů.

Řešení:

- a) Všechny členy v mnohočlenu rozložíme na součin prvočísel a proměnných. Tento krok pouze zvyšuje přehlednost, zkušenější počtáři ho mohou vynechat

$$= 5 \cdot x \cdot x - 2 \cdot 5 \cdot x$$

- b) Vybereme prvočísla a proměnné, které mají všechny členy stejné, tyto členy vytkneme před závorku.

$$= 5x \cdot (x - 2)$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

2) Příklad: rozložte mnohočlen $7x^3 + 21x^2 - 35$ na součin mnohočlenů.

Řešení:

$$\begin{aligned} 7x^3 + 21x^2 - 35 &= \\ &= 7 \cdot x \cdot x \cdot x + 3 \cdot 7 \cdot x \cdot x - 5 \cdot 7 = \\ &= 7 \cdot (x^3 + 3x^2 - 5) \end{aligned}$$

3) Příklad: rozložte mnohočlen $24x^3y^2 + 12xy^2 - 36x^3y^2$ na součin mnohočlenů.

Řešení:

$$\begin{aligned} 24x^3y^2 + 12xy^2 - 36x^3y^2 &= \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y + 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot x \cdot y \cdot y - 2 \cdot 2 \cdot \\ &3 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y = \\ &= 12xy^2 \cdot (2x^2 + 1 - 3x^2) = 12xy^2 \cdot (-x^2 + 1) \end{aligned}$$

4) Příklad: Rozložte mnohočlen $175x^5y^7z^4 - 105x^4y^7z^6 + 140x^7y^4z^8 - 35x^4y^4z^4$ na součin mnohočlenů

Řešení:

$$\begin{aligned} 175x^5y^7z^4 - 105x^4y^7z^6 + 140x^7y^4z^8 - 35x^4y^4z^4 &= \\ &= 35x^4y^4z^4 \cdot (5xy^3 - 3y^3z^2 + 4x^3z^4 - 1) \end{aligned}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí
prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým
zaměřením**

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

**5) Příklad: Rozložte mnohočlen $cx + 7y - cy - 7x$
na součin mnohočlenů**

Řešení

$$\begin{aligned} cx + 7y - cy - 7x &= c \cdot (x - y) - 7 \cdot (x - y) \\ &= (x - y) \cdot (c - 7) \end{aligned}$$

Poznámka

V příkladu č. 5 jsme v posledním kroku vytýkali
výraz: $x-y$.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

ROZKLAD NA SOUČIN POMOCÍ VZORCŮ

Pro rozklad mnohočlenů na součin nám pomáhají základní vzorce.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

Pomocí násobení mnohočlenů si sami můžeme tyto vzorce odvodit.

Například:

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (a - b) \cdot (a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

V rámci urychlení výpočtu je nutné si alespoň první tři vzorce pamatovat!



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

1. Příklad: Rozložte mnohočlen $4x^2 + 20x + 25$ na součin mnohočlenů pomocí vzorců

Řešení:

$$2. \quad 4x^2 + 20x + 25 = \textcircled{4x^2} + \textcircled{20x} + \textcircled{25} = (2x + 5)^2$$



3. Příklad: Rozložte mnohočlen $9x^2 - 60x + 100$ na součin mnohočlenů pomocí vzorců

Řešení:

$$9x^2 - 60x + 100 = (3x - 10)^2$$

4. Příklad: Rozložte mnohočlen $9x^2 - 100x + 100$ na součin mnohočlenů pomocí vzorců

Řešení:

$9x^2 - 100x + 100$ POZOR NELZE ROZLOŽIT NA $(3x - 10)^2$ člen $2ab$ by neodpovídal.

- Vždy je třeba překontrolovat, že všechny členy jsou správně.
- Pokud by nějaký nebyl, nelze mnohočlen rozložit podle daného vzorce

5. Příklad: Rozložte mnohočlen $25x^2 - 64$ na součin mnohočlenů pomocí vzorců



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí
prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým
zaměřením**

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

Řešení

$$25x^2 - 64 = (5x + 8) \cdot (5x - 8)$$

- 6. Příklad: Rozložte mnohočlen $27x^3 + 54x^2 + 36x + 8$ na součin mnohočlenů pomocí vzorců**

Řešení

$$27x^3 + 54x^2 + 36x + 8 = (3x + 2)^3$$

- 7. Příklad: Rozložte mnohočlen $64x^3 - 240x^2 + 300x - 125$ na součin mnohočlenů pomocí vzorců**

Řešení

$$64x^3 - 240x^2 + 300x - 125 = (4x - 5)^3$$

- 8. Příklad: Rozložte mnohočlen $x^3 + 1000$ na součin mnohočlenů pomocí vzorců**

Řešení

$$x^3 + 1000 = (x + 10) \cdot (x^2 - 10x + 100)$$

- 9. Příklad: Rozložte mnohočlen $216x^3 - 343$ na součin mnohočlenů pomocí vzorců**

Řešení

$$216x^3 - 343 = (6x - 7) \cdot (36x^2 + 42x + 49)$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

ROZKLAD KVADRATICKÉHO TROJČLENU

Máme kvadratický trojčlen: $x^2 + bx + c$

Některé kvadratické trojčleny je možno rozložit na tvar:

$$(x + m) \cdot (x + n) \quad b, c, m, n \in R$$

Pokud roznásobíme závorky, získáme:

$$\begin{aligned} (x + m) \cdot (x + n) &= x^2 + xn + mx + mn \\ &= x^2 + (m + n)x + mn \end{aligned}$$

Je zřejmé, že:

$$b = m + n$$

$$c = mn$$

1) Příklad: Rozložte mnohočlen na součin mnohočlenů

$$x^2 + 7x + 10$$

Řešení:

Hledáme takovou dvojici čísel, aby jejich součin byl 10 ($c = mn$), tuto podmínku splňují dvojice:

$$10 = 1 \cdot 10 = (-1) \cdot (-10) = 2 \cdot 5 = (-2) \cdot (-5)$$

a zároveň jejich součet byl 7 ($b = m + n$). Což splňuje pouze dvojice 2 a 5.

Našli jsme kořeny rozkladu mnohočlenu. V našem případě jsou to čísla 2 a 5.

$$\text{Výsledek je tedy: } x^2 + 7x + 10 = (x + 2) \cdot (x + 5)$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

2) Příklad: Rozložte na součin mnohočlenů

$$x^2 - 4x + 3$$

Řešení:

Podmínku $c = mn$ splňují čísla: $3 = 1 \cdot 3 = (-1) \cdot (-3)$

Podmínku $b = m + n$ splňují čísla -1 a -3

Výsledek je tedy: $x^2 - 4x + 3 = (x - 1) \cdot (x - 3)$

3) Příklad: Rozložte na součin mnohočlenů

$$x^2 - 3x - 10$$

Řešení:

Podmínku $c = mn$ splňují čísla:

$$-10 = 1 \cdot (-10) = (-1) \cdot 10 = 2 \cdot (-5) = (-2) \cdot 5$$

Podmínku $b = m + n$ splňují čísla 2 a -5

Výsledek je tedy:

$$x^2 - 3x - 10 = (x + 2) \cdot (x - 5)$$

POZNÁMKA

Pokud mnohočlen položíme roven y , dostaneme rovnici kuželosečky paraboly.

Například graf mnohočlenu:

$$x^2 - 3x - 10 = (x + 2) \cdot (x - 5).$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

Položíme-li jednotlivé činitele součinu mnohočlenů rovný nule, můžeme spočítat tzv. *nulové body* což jsou průsečíky s osou x .

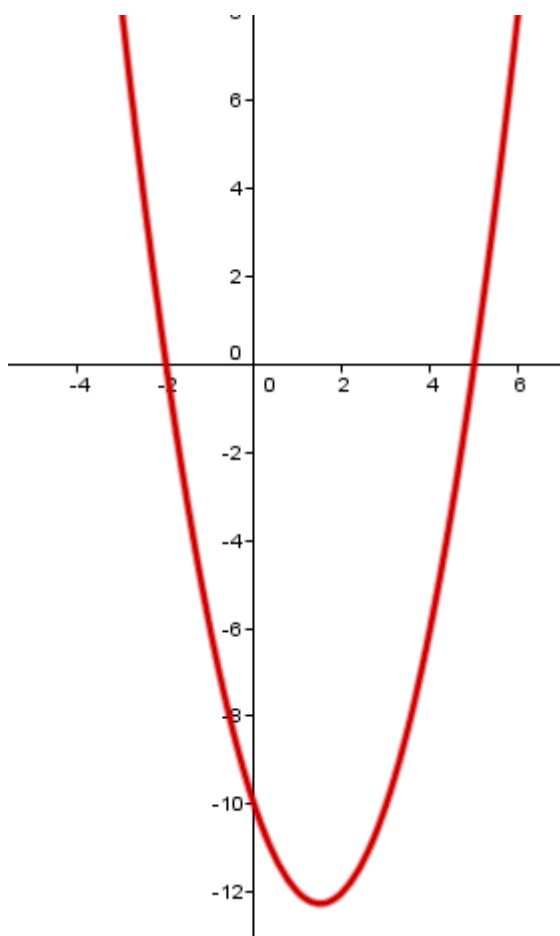
$$x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

$$x - 5 = 0$$

$$x = 5$$

Dostáváme graf:





evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

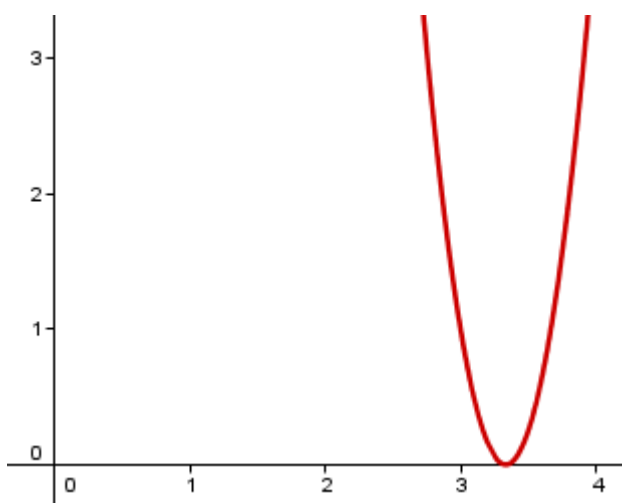
Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

V případě rovnice:

$$y = 9x^2 - 60x + 100 = (3x - 10)^2$$

Dostáváme graf:



Některé mnohočleny v R vůbec nejde rozložit na součin mnohočlenů.

Např: $y = x^2 - 2x + 2$

Graf:

