INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

LINEÁRNÍ NEROVNICE S ABSOLUTNÍ HODNOTOU

LINEÁRNÍ NEROVNICE S ABSOLUTNÍ HODNOTOU je lineární nerovnice, ve které se vyskytuje jeden nebo více výrazů v absolutní hodnotě.

ABSOLUTNÍ HODNOTA $|x|$ reálného čísla x je definována takto: $|x| = x$ pro $x \in (0;\infty)$

$|x| = 0$ pro $x = 0$

$|x| = -x$ pro $x \in (-\infty;0)$

zkráceně: $|x| = x$ pro $x \in \langle 0;\infty)$

$|x| = -x$ pro $x \in (-\infty;0\rangle$

ŘEŠENÍ lineární nerovnice s absolutní hodnotou vede k řešení lineárních nerovnic na daných intervalech.

Podle definice absolutní hodnoty určujeme nulové body výrazů v absolutní hodnotě. Tyto nulové body nám rozdělí množinu, na které nerovnici s absolutní hodnotou řešíme, na intervaly tak, abychom mohli na jednotlivých intervalech počítat s výrazy bez absolutní hodnoty.

Na těchto intervalech postupně řešíme zadanou nerovnici již bez absolutní hodnoty.

Sjednocení dílčích výsledků je řešením původní nerovnice.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

PŘÍKLAD 1

Řešte nerovnici $|x-4| \leq 2$ o neznámé $x \in R$.

ŘEŠENÍ:

Množinu reálných čísel rozdělíme na dva intervaly tak, abychom mohli na jednotlivých intervalech psát výraz $|x-4|$ bez absolutní hodnoty.

$|x-4| = x-4$ pro $x \in \langle 4;\infty)$

(pro $x-4 \geq 0$ je $x \geq 4$)

$|x-4| = -(x-4) = -x+4$ pro $x \in (-\infty;4\rangle$

(pro $x-4 \leq 0$ je $x \leq 4$)

Rozhodující pro hodnotu výrazu s absolutní hodnotou je tzv. **nulový bod** výrazu, tedy bod (hodnota *x*), pro který je výraz uvnitř absolutní hodnoty roven nule. V našem případě z rovnice

$x-4=0$ plyne $x=4$.

Nulový bod rozděluje množinu reálných čísel na dva intervaly (tvoří jejich krajní hodnotu), na kterých budeme řešit zadanou nerovnici.

Pro lineární výraz v absolutní hodnotě je na celém intervalu tento výraz buď kladný, nebo záporný. (Ověříme dosazením libovolného čísla z intervalu do výrazu).

Předchozí můžeme zapsat přehledně do tabulky.

	$(-\infty;4\rangle$	$\langle 4;\infty)$
$\lvert x-4\rvert =$	$-(x-4)=-x+4$	$x-4$

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

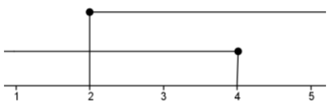
Nyní v původní nerovnici $|x-4| \leq 2$ nahradíme výraz v absolutní hodnotě výrazem bez absolutní hodnoty a vzniklé nerovnice budeme řešit na daných intervalech. Celkem tak vyřešíme dvě nerovnice. Nerovnice řešíme ekvivalentními úpravami.

pro $\underline{x \in (-\infty; 4\rangle}$

$$-x+4 \leq 2 \quad |-4$$

$$-x \leq -2 \quad |\cdot(-1)$$

$$\underline{x \geq 2}$$



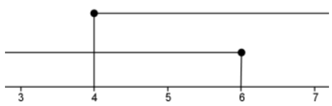
$$P_1 = (-\infty; 4\rangle \cap \langle 2; \infty)$$

množina řešení $\underline{P_1 = \langle 2;4\rangle}$

pro $\underline{x \in \langle 4; \infty)}$

$$x-4 \leq 2 \quad |+4$$

$$\underline{x \leq 6}$$



$$P_2 = \langle 4;\infty) \cap (-\infty; 6\rangle$$

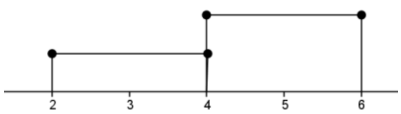
množina řešení $\underline{P_2 = \langle 4;6\rangle}$

Nyní určíme množinu řešení nerovnice s absolutní hodnotou jako sjednocení množin P_1.a P_2. Nerovnici řeší hodnoty z množiny P_1 nebo z množiny P_2.

$$P = P_1 \cup P_2$$

$$P = \langle 2;4\rangle \cup \langle 4;6\rangle$$

$$\underline{P = \langle 2;6\rangle}$$



MNOŽINA ŘEŠENÍ: $\underline{P = \langle 2;6\rangle}$

evropský sociální fond v ČR · EVROPSKÁ UNIE · MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY · OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

PŘÍKLAD 2

Řešte nerovnici $|3x-9|<4x-5$ o neznámé $x \in R$.

ŘEŠENÍ:

Určíme nulový bod výrazu v absolutní hodnotě.

$$3x-9=0$$

$$3x=9$$

$$\underline{x=3}$$

Nulový bod rozdělí množinu reálných čísel na dva intervaly.

$R=(-\infty;3\rangle \cup \langle 3;\infty)$.

Na jednotlivých intervalech ověříme dosazením libovolného čísla z intervalu hodnotu výrazu v absolutní hodnotě. Výraz v absolutní hodnotě napíšeme bez absolutní hodnoty. Vše zapíšeme do tabulky.

	$(-\infty;3\rangle$	$\langle 3;\infty)$
$\|3x-9\|=$	$-(3x-9)=-3x+9$	$3x-9$

Nyní v původní nerovnici $|3x-9|<4x-5$ nahradíme výraz v absolutní hodnotě výrazem bez absolutní hodnoty. Vzniklé dvě nerovnice řešíme ekvivalentními úpravami na daných intervalech.

pro $\underline{x \in (-\infty; 3\rangle}$

$-3x + 9 < 4x - 5 \quad | -4x - 9$

$-7x < -14 \quad |: (-7)$

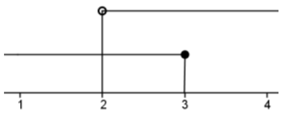
$\underline{x > 2}$

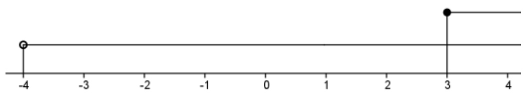
pro $\underline{x \in \langle 3; \infty)}$

$3x - 9 < 4x - 5 \quad | -4x + 9$

$-x < 4 \quad | \cdot (-1)$

$\underline{x > -4}$





$P_1 = (-\infty; 3\rangle \cap (2; \infty)$

množina řešení $\underline{P_1 = (2; 3\rangle}$

$P_2 = \langle 3; \infty) \cap (-4; \infty)$

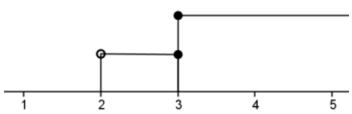
množina řešení $\underline{P_2 = \langle 3; \infty)}$

Nyní určíme množinu řešení nerovnice s absolutní hodnotou jako sjednocení množin P_1.a P_2. Nerovnici řeší hodnoty z množiny P_1 nebo z množiny P_2.

$P = P_1 \cup P_2$

$P = (2; 3\rangle \cup \langle 3; \infty)$

$\underline{P = (2; \infty)}$



MNOŽINA ŘEŠENÍ: $\underline{P = (2; \infty)}$

evropský sociální fond v ČR EVROPSKÁ UNIE MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

PŘÍKLAD 3

Řešte nerovnici $|x+2|-x\geq 4-|x-3|$ o neznámé $x\in R$.

ŘEŠENÍ:

Nerovnice obsahuje dvě absolutní hodnoty, pro každou určíme nulový bod.

$x+2=0 \qquad\qquad x-3=0$

$\underline{x=-2} \qquad\qquad \underline{x=3}$

Dva nulové body rozdělí množinu reálných čísel na tři intervaly.

$R=(-\infty;-2\rangle\cup\langle-2;3\rangle\cup\langle 3;\infty)$.

Na jednotlivých intervalech ověříme dosazením libovolného čísla z intervalu hodnotu výrazu v absolutní hodnotě. Výraz v absolutní hodnotě napíšeme bez absolutní hodnoty. Vše zapíšeme do tabulky.

	$(-\infty;-2\rangle$	$\langle-2;3\rangle$	$\langle 3;\infty)$
$\|x+2\|=$	$-(x+2)=-x-2$	$x+2$	$x+2$
$\|x-3\|=$	$-(x-3)=-x+3$	$-(x-3)=-x+3$	$x-3$

Nyní v původní rovnici $|x+2|-x\geq 4-|x-3|$ nahradíme výrazy v absolutní hodnotě výrazy bez absolutní hodnoty. Vzniklé tři nerovnice řešíme ekvivalentními úpravami na daných intervalech.

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

pro $\underline{x \in (-\infty; -2\rangle}$

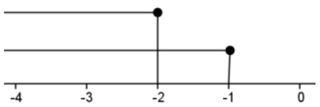
$(-x-2)-x \geq 4-(-x+3)$

$-x-2-x \geq 4+x-3$

$-2x-2 \geq x+1 \qquad |-x+2$

$-3x \geq 3 \qquad |:(-3)$

$\underline{x \leq -1}$



$P_1 = (-\infty; -2\rangle \cap (-\infty; -1\rangle$

množina řešení $\underline{P_1 = (-\infty; -2\rangle}$

pro $\underline{x \in \langle -2; 3\rangle}$

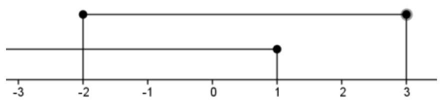
$(x+2)-x \geq 4-(-x+3)$

$x+2-x \geq 4+x-3$

$2 \geq x+1 \qquad |-x-2$

$-x \geq -1 \qquad |\cdot(-1)$

$\underline{x \leq 1}$



$P_2 = \langle -2; 3\rangle \cap (-\infty; 1\rangle$

množina řešení $\underline{P_2 = \langle -2; 1\rangle}$

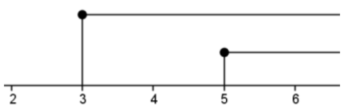
pro $\underline{x \in \langle 3; \infty)}$

$(x+2)-x \geq 4-(x-3)$

$x+2-x \geq 4-x+3$

$2 \geq -x+7 \qquad |+x-2$

$\underline{x \geq 5}$



$P_3 = \langle 3; \infty) \cap \langle 5; \infty)$

množina řešení $\underline{P_3 = \langle 5; \infty)}$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

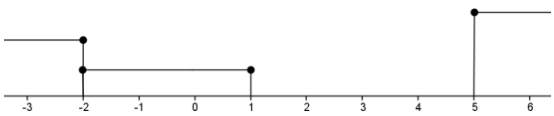
Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

Nyní určíme množinu řešení nerovnice s absolutní hodnotou jako sjednocení množin P_1, P_2 a P_3. Nerovnici řeší hodnoty z množiny P_1, množiny P_2 nebo množiny P_3.

$$P = P_1 \cup P_2 \cup \mathrm{P}_3$$

$$P = (-\infty; -2\rangle \cup \langle -2; 1\rangle \cup \langle 5; \infty)$$

$$\underline{P = (-\infty; 1\rangle \cup \langle 5; \infty)}$$



MNOŽINA ŘEŠENÍ: $\underline{P = (-\infty; 1\rangle \cup \langle 5; \infty)}$