



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

SOUSTAVY TŘÍ LINEÁRNÍCH ROVNIC O TŘECH NEZNÁMÝCH

SOUSTAVU tří lineárních rovnic o třech neznámých tvoří tři lineární rovnice o třech neznámých, které řešíme současně.

Příklad:

$$\begin{aligned}3x - 2y + 5z &= -7 \\x + y + 2z &= 4 \\-2x + y - 6z &= 6\end{aligned}$$

Řešit soustavu tří lineárních rovnic o třech neznámých x , y , z znamená najít takovou uspořádanou trojici hodnot $[x; y; z]$, která splňuje všechny tři rovnice zároveň.

Soustavu řešíme ekvivalentními úpravami použitými v dosazovací, sčítací nebo srovnávací metodě.

Zvolená metoda řešení nemá vliv na počet řešení soustavy ani na množinu řešení soustavy.

Soustava tří lineárních rovnic o třech neznámých má jedno, žádné nebo nekonečně mnoho řešení.

DOSAZOVACÍ METODA

Z libovolné rovnice vyjádříme jednu neznámou. Získaný výraz dosadíme za tuto neznámou do zbývajících dvou rovnic.

Dvě nově vzniklé rovnice o dvou neznámých tvoří soustavu. Rovnice upravíme a soustavu vyřešíme. Můžeme si vybrat metodu dosazovací, sčítací nebo srovnávací. Tak vypočítáme hodnoty dvou neznámých ze tří.

Tyto hodnoty dosadíme do vyjádření třetí neznámé (nebo do libovolné rovnice soustavy, ve které se vyskytuje i třetí neznámá) a třetí neznámou vypočítáme.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

PŘÍKLAD 1

Řešte soustavu rovnic $3x - 2y + 5z = -7$

$$x + y + 2z = 4$$

$$\underline{-2x + y - 6z = 6}$$

o neznámých $x, y, z \in R$ dosazovací metodou.

ŘEŠENÍ:

Z libovolné rovnice vyjádříme jednu neznámou. V našem řešení vyjádříme z druhé rovnice $x + y + 2z = 4$ neznámou x .

$$x + y + 2z = 4 \quad | - y - 2z$$

$$x = -y - 2z + 4$$

Tento výraz dosadíme za neznámou x do zbývajících dvou rovnic.

$$3 \cdot (-y - 2z + 4) - 2y + 5z = -7$$

$$\underline{-2 \cdot (-y - 2z + 4) + y - 6z = 6}$$

Získali jsme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých. Rovnice upravíme.

$$3 \cdot (-y - 2z + 4) - 2y + 5z = -7$$

$$\underline{-2 \cdot (-y - 2z + 4) + y - 6z = 6}$$

$$-3y - 6z + 12 - 2y + 5z = -7$$

$$\underline{2y + 4z - 8 + y - 6z = 6}$$

$$-5y - z + 12 = -7 \quad | -12$$

$$\underline{3y - 2z - 8 = 6} \quad | +8$$

$$-5y - z = -19$$

$$\underline{3y - 2z = 14}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

Soustavu vyřešíme dosazovací metodou (můžeme si vybrat také sčítací nebo srovnávací metodu).

Z první rovnice $-5y - z = -19$ vyjádříme neznámou z a tento výraz dosadíme za neznámou z do druhé rovnice. Získanou rovnici s neznámou y vyřešíme. Hodnotu neznámé y dosadíme do vyjádření neznámé z a vypočítáme její hodnotu.

$$\begin{array}{rcl} -5y - z = -19 & -5y - z = -19 & | +5y \\ \underline{3y - 2z = 14} & -z = 5y - 19 & | \cdot (-1) \\ & z = -5y + 19 & \end{array}$$

$$3y - 2(-5y + 19) = 14$$

$$3y + 10y - 38 = 14$$

$$13y - 38 = 14 \quad | +38$$

$$13y = 52 \quad | :13$$

$$\underline{y = 4} \quad z = -5 \cdot 4 + 19$$

$$\underline{z = -1}$$

Hodnoty neznámých y a z dosadíme do vyjádření neznámé x a vypočítáme její hodnotu. (Hodnotu neznámé x můžeme také vypočítat dosazením hodnot neznámých y a z do libovolné rovnice soustavy, ve které se neznámá x vyskytuje).

$$x = -y - 2z + 4$$

$$x = -4 - 2 \cdot (-1) + 4$$

$$\underline{x = 2}$$

Soustava má jedno řešení.

ŘEŠENÍM SOUSTAVY je uspořádaná trojice $\underline{[x; y; z] = [2; 4; -1]}$

MNOŽINA ŘEŠENÍ: $\underline{P = \{[2; 4; -1]\}}$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

SČÍTACÍ METODA

Vytvoříme dvě dvojice rovnic soustavy (použít musíme všechny rovnice). Např. první a druhá rovnice a druhá a třetí rovnice (případně první a třetí rovnice). Jednu nebo obě rovnice v každé dvojici vynásobíme tak, aby při následném sečtení rovnic ve dvojici vypadla jedna neznámá (u obou dvojic stejná).

Dvě nově vzniklé rovnice o dvou neznámých tvoří soustavu, kterou vyřešíme. Můžeme si vybrat metodu dosazovací, sčítací nebo srovnávací. Tak vypočítáme hodnoty dvou neznámých ze třech.

Tyto hodnoty dosadíme do libovolné rovnice soustavy, ve které se vyskytuje i třetí neznámá. Dostaneme rovnici o jedné neznámé, kterou vyřešíme.

PŘÍKLAD 2

Řešte soustavu rovnic $3x - 2y + 5z = -7$

$$x + y + 2z = 4$$

$$\underline{-2x + y - 6z = 6}$$

o neznámých $x, y, z \in R$ sčítací metodou.

ŘEŠENÍ:

Vytvoříme dvě dvojice rovnic (použít musíme všechny rovnice). V našem řešení tvoří dvojice první a druhá rovnice a druhá a třetí rovnice.

Rovnice vynásobíme tak, aby při následném sečtení rovnic vypadla jedna neznámá (u obou dvojic stejná). V našem řešení neznámá y .



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

$$\begin{array}{r}
 3x - 2y + 5z = -7 \\
 \underline{x + y + 2z = 4} \quad | \cdot 2 \\
 3x - 2y + 5z = -7 \\
 \underline{2x + 2y + 4z = 8} \\
 5x + 9z = 1
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 x + y + 2z = 4 \quad | \cdot (-1) \\
 \underline{-2x + y - 6z = 6} \\
 -x - y - 2z = -4 \\
 \underline{-2x + y - 6z = 6} \\
 -3x - 8z = 2
 \end{array}$$

Dvě nově vzniklé rovnice o neznámých x a z tvoří soustavu, kterou vyřešíme. Můžeme si vybrat metodu dosazovací, sčítací nebo srovnávací.

My použijeme sčítací metodu. Rovnice vynásobíme tak, aby při následném sečtení rovnic vypadla jedna neznámá. Např. neznámá x . Získanou rovnici s neznámou z vyřešíme a dosazením vypočítáme neznámou x .

$$\begin{array}{r}
 5x + 9z = 1 \quad | \cdot 3 \\
 \underline{-3x - 8z = 2} \quad | \cdot 5 \\
 15x + 27z = 3 \quad \text{rovnice} \\
 \underline{-15x - 40z = 10} \quad \text{sečteme} \\
 -13z = 13 \quad | : (-13) \\
 \underline{z = -1} \\
 5x + 9z = 1 \\
 5x + 9 \cdot (-1) = 1 \\
 5x - 9 = 1 \quad | +9 \\
 5x = 10 \quad | : 5 \\
 \underline{x = 2}
 \end{array}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

Hodnoty neznámých x a z dosadíme do libovolné rovnice soustavy, ve které se vyskytuje neznámá y , např. do druhé rovnice soustavy. Rovnici vyřešíme.

$$x + y + 2z = 4$$

$$2 + y + 2 \cdot (-1) = 4$$

$$\underline{y = 4}$$

Soustava má jedno řešení.

ŘEŠENÍM SOUSTAVY je uspořádaná trojice $[x; y; z] = [2; 4; -1]$

MNOŽINA ŘEŠENÍ: $P = \{[2; 4; -1]\}$

SROVNÁVACÍ METODA

Ze všech rovnic vyjádříme stejnou neznámou. Získané výrazy porovnáme ve dvou rovnicích (použít musíme všechna vyjádření). Např. první a druhý výraz v jedné rovnici a druhý a třetí výraz (případně první a třetí výraz) ve druhé rovnici.

Dvě nově vzniklé rovnice o dvou neznámých tvoří soustavu, kterou vyřešíme. Můžeme si vybrat metodu dosazovací, sčítací nebo srovnávací. Tak vypočítáme hodnoty dvou neznámých ze tří.

Tyto hodnoty dosadíme do libovolného vyjádření třetí neznámé nebo do rovnice soustavy, ve které se vyskytuje i třetí neznámá. Dostaneme rovnici o jedné neznámé, kterou vyřešíme.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

PŘÍKLAD 3

Řešte soustavu rovnic $3x - 2y + 5z = -7$

$$x + y + 2z = 4$$

$$\underline{-2x + y - 6z = 6}$$

o neznámých $x, y, z \in R$ srovnávací metodou.

ŘEŠENÍ:

Ze všech rovnic vyjádříme neznámou y .

$$3x - 2y + 5z = -7$$

$$x + y + 2z = 4$$

$$\underline{-2x + y - 6z = 6}$$

$$3x - 2y + 5z = -7 \quad | -3x - 5z$$

$$-2y = -3x - 5z - 7 \quad | :(-2)$$

$$\underline{y = \frac{3x + 5z + 7}{2}}$$

$$x + y + 2z = 4 \quad | -x - 2z \quad -2x + y - 6z = 6 \quad | +2x + 6z$$

$$\underline{y = -x - 2z + 4}$$

$$\underline{y = 2x + 6z + 6}$$

Získané výrazy porovnáme ve dvou rovnicích (použít musíme všechna vyjádření). V našem řešení porovnáme první a druhý výraz v jedné rovnici a druhý a třetí výraz ve druhé rovnici. Rovnice upravíme.

$$y = y$$

$$y = y$$

$$\frac{3x + 5z + 7}{2} = -x - 2z + 4$$

$$-x - 2z + 4 = 2x + 6z + 6$$

$$3x + 5z + 7 = -2x - 4z + 8$$

$$\underline{-3x - 8z = 2}$$

$$\underline{5x + 9z = 1}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

Dvě nově vzniklé rovnice o dvou neznámých tvoří soustavu, kterou vyřešíme. Můžeme si vybrat metodu dosazovací, sčítací nebo srovnávací. Tak vypočítáme hodnoty dvou neznámých ze tří.

My použijeme srovnávací metodu. Z obou rovnic vyjádříme neznámou x .

$$\begin{aligned} 5x + 9z &= 1 \\ -3x - 8z &= 2 \end{aligned}$$

$$5x + 9z = 1 \quad | -9z \quad -3x - 8z = 2 \quad | +8z$$

$$5x = -9z + 1 \quad | :5 \quad -3x = 8z + 2 \quad | :(-3)$$

$$x = \frac{-9z + 1}{5} \quad x = \frac{-8z - 2}{3}$$

Porovnáme obě vyjádření neznámé x . Dostáváme jednu rovnici o jedné neznámé, kterou vyřešíme.

$$x = x$$

$$\frac{-9z + 1}{5} = \frac{-8z - 2}{3} \quad | \cdot 15$$

$$3 \cdot (-9z + 1) = 5 \cdot (-8z - 2)$$

$$-27z + 3 = -40z - 10 \quad | +40z - 3$$

$$13z = -13 \quad | :13$$

$$\underline{z = -1}$$

Hodnotu neznámé z dosadíme do vyjádření neznámé x (nebo do libovolné rovnice, ve které se neznámá x vyskytuje) a vypočítáme její hodnotu.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

$$x = \frac{-9z + 1}{5}$$

$$x = \frac{-9 \cdot (-1) + 1}{5} = \frac{9 + 1}{5}$$

$$\underline{x = 2}$$

Hodnoty neznámých x a z dosadíme do vyjádření neznámé y (nebo do libovolné rovnice, ve které se neznámá y vyskytuje) a vypočítáme její hodnotu.

$$y = -x - 2z + 4$$

$$y = -2 - 2 \cdot (-1) + 4 = -2 + 2 + 4$$

$$\underline{y = 4}$$

Soustava má jedno řešení.

ŘEŠENÍM SOUSTAVY je uspořádaná trojice $\underline{[x; y; z] = [2; 4; -1]}$

MNOŽINA ŘEŠENÍ: $\underline{P = \{[2; 4; -1]\}}$