



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

SOUSTAVY DVOU LINEÁRNÍCH ROVNIC O DVOU NEZNÁMÝCH

SOUSTAVU dvou lineárních rovnic o dvou neznámých tvoří dvě lineární rovnice o dvou neznámých, které řešíme současně.

Příklad:

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= 8 \\ \underline{x + 4y} &= \underline{-7} \end{aligned}$$

ŘEŠIT soustavu dvou lineárních rovnic o dvou neznámých x, y znamená najít takovou uspořádanou dvojici hodnot $[x; y]$, která splňuje obě dvě rovnice zároveň.

Soustavu řešíme početně ekvivalentními úpravami použitými v sčítací, dosazovací nebo srovnávací metodě.

Zvolená metoda řešení nemá vliv na počet řešení soustavy ani na množinu řešení soustavy.

Soustava dvou lineárních rovnic o dvou neznámých má jedno, žádné nebo nekonečně mnoho řešení.

SČÍTACÍ METODA

Jednu nebo obě rovnice vynásobíme vhodným číslem různým od nuly tak, aby byly v obou rovnicích u jedné neznámé opačné koeficienty. Upravené rovnice sečteme. (Snížíme počet rovnic i počet neznámých o jednu.) Tím získáme jednu rovnici o jedné neznámé, kterou vyřešíme.

Vyřešenou hodnotu neznámé dosadíme do jedné z rovnic, ve které se vyskytuje i druhá neznámá, kterou dořešíme.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

PŘÍKLAD 1

Řešte soustavu rovnic $2x - 3y = 8$

$$\underline{x + 4y = -7}$$

o neznámých $x, y \in R$ sčítací metodou.

ŘEŠENÍ A:

Druhou rovnici vynásobíme číslem -2 tak, aby při následném sečtení rovnic vypadla jedna neznámá - neznámá x .

$$2x - 3y = 8$$

$$\underline{x + 4y = -7} \quad | \cdot (-2)$$

$$2x - 3y = 8$$

$$\underline{-2x - 8y = 14}$$

Rovnice sečteme. Dostáváme jednu rovnici o jedné neznámé y . Tuto rovnici vyřešíme.

$$-11y = 22 \quad | \cdot (-11)$$

$$\underline{y = -2}$$

Hodnotu neznámé y dosadíme do libovolné rovnice, kde se vyskytuje kromě neznámé y také neznámá x , jejíž hodnotu nyní vypočítáme.

$$2x - 3 \cdot (-2) = 8$$

$$2x + 6 = 8 \quad | -6$$

$$2x = 2 \quad | :2$$

$$\underline{x = 1}$$

Soustava má jedno řešení.

ŘEŠENÍM SOUSTAVY je uspořádaná dvojice $\underline{[x; y] = [1; -2]}$

MNOŽINA ŘEŠENÍ: $\underline{P = \{[1; -2]\}}$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

ŘEŠENÍ B:

První rovnici vynásobíme číslem 4, druhou rovnici vynásobíme číslem 3 tak, aby při následném sečtení rovnic vypadla jedna neznámá - neznámá y .

$$2x - 3y = 8 \quad | \cdot 4$$

$$\underline{x + 4y = -7} \quad | \cdot 3$$

$$8x - 12y = 32$$

$$\underline{3x + 12y = -21}$$

Rovnice sečteme. Dostáváme jednu rovnici o jedné neznámé x . Tuto rovnici vyřešíme.

$$11x = 11 \quad | :11$$

$$\underline{x = 1}$$

Hodnotu neznámé x dosadíme do libovolné rovnice, kde se vyskytuje kromě neznámé x také neznámá y , jejíž hodnotu nyní vypočítáme.

$$2 \cdot 1 - 3y = 8$$

$$2 - 3y = 8 \quad | -2$$

$$-3y = 6 \quad | :(-3)$$

$$\underline{y = -2}$$

Soustava má jedno řešení.

ŘEŠENÍM SOUSTAVY je uspořádaná dvojice $\underline{[x; y] = [1; -2]}$

MNOŽINA ŘEŠENÍ: $\underline{P = \{[1; -2]\}}$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

DOSAZOVACÍ METODA

Z libovolné rovnice vyjádříme jednu neznámou. Získaný výraz dosadíme za tuto neznámou do druhé, zbývající rovnice. Tím získáme jednu rovnici o jedné neznámé, kterou vyřešíme.

Vyřešenou hodnotu neznámé dosadíme do vyjádření druhé neznámé (nebo do jedné z rovnic, ve které se vyskytuje i druhá neznámá) a druhou neznámou vypočítáme.

PŘÍKLAD 2

Řešte soustavu rovnic $2x - 3y = 8$

$$\underline{x + 4y = -7}$$

o neznámých $x, y \in R$ dosazovací metodou.

ŘEŠENÍ A:

Z druhé rovnice vyjádříme neznámou x .

$$2x - 3y = 8$$

$$\underline{x + 4y = -7}$$

$$x + 4y = -7 \quad | -4y$$

$$x = -7 - 4y$$

Tento výraz dosadíme za x do první rovnice. Dostáváme jednu rovnici o jedné neznámé, kterou vyřešíme.

$$2(-7 - 4y) - 3y = 8$$

$$-14 - 8y - 3y = 8$$

$$-14 - 11y = 8 \quad | +14$$

$$-11y = 22 \quad | :(-11)$$

$$\underline{y = -2}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

Hodnotu neznámé y dosadíme do vyjádření neznámé x (nebo do libovolné rovnice, ve které se neznámá x vyskytuje) a vypočítáme její hodnotu.

$$x = -7 - 4y$$

$$x = -7 - 4 \cdot (-2) = -7 + 8$$

$$\underline{x = 1}$$

Soustava má jedno řešení.

ŘEŠENÍ SOUSTAVY je uspořádaná dvojice $\underline{[x; y] = [1; -2]}$

MNOŽINA ŘEŠENÍ: $\underline{P = \{[1; -2]\}}$

ŘEŠENÍ B:

Z první rovnice vyjádříme neznámou y .

$$2x - 3y = 8 \qquad 2x - 3y = 8 \qquad | -2x$$

$$\underline{x + 4y = -7} \qquad -3y = 8 - 2x \qquad | :(-3)$$

$$y = \frac{8 - 2x}{-3}$$

$$y = \frac{2x - 8}{3}$$

Tento výraz dosadíme za y do druhé rovnice. Dostáváme jednu rovnici o jedné neznámé, kterou vyřešíme.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

$$x + 4 \cdot \frac{2x - 8}{3} = -7 \quad | \cdot 3$$

$$3 \cdot x + 3 \cdot 4 \cdot \frac{2x - 8}{3} = 3 \cdot (-7)$$

$$3x + 4 \cdot (2x - 8) = -21$$

$$3x + 8x - 32 = -21$$

$$11x - 32 = -21 \quad | + 32$$

$$11x = 11 \quad | : 11$$

$$\underline{x = 1}$$

Hodnotu neznámé x dosadíme do vyjádření neznámé y (nebo do libovolné rovnice, ve které se neznámá y vyskytuje) a vypočítáme její hodnotu.

$$y = \frac{2x - 8}{3}$$

$$y = \frac{2 \cdot 1 - 8}{3} = \frac{2 - 8}{3} = \frac{-6}{3}$$

$$\underline{y = -2}$$

Soustava má jedno řešení.

ŘEŠENÍM SOUSTAVY je uspořádaná dvojice $\underline{[x; y] = [1; -2]}$

MNOŽINA ŘEŠENÍ: $\underline{P = \{[1; -2]\}}$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

SROVNÁVACÍ METODA

Z obou rovnic vyjádříme stejnou neznámou. Získané výrazy porovnáme (dosadíme za tuto neznámou z jednoho vyjádření do druhého). Tím získáme jednu rovnici o jedné neznámé, kterou vyřešíme.

Vyřešenou hodnotu neznámé dosadíme do vyjádření druhé neznámé (nebo do jedné z rovnic, ve které se vyskytuje i druhá neznámá) a vypočítáme hodnotu druhé neznámé.

PŘÍKLAD 3

Řešte soustavu rovnic $2x - 3y = 8$

$$\underline{x + 4y = -7}$$

o neznámých $x, y \in R$ srovnávací metodou.

ŘEŠENÍ A:

Z obou rovnic vyjádříme neznámou x .

$$2x - 3y = 8$$

$$\underline{x + 4y = -7}$$

$$2x - 3y = 8 \quad | +3y \quad x + 4y = -7 \quad | -4y$$

$$2x = 8 + 3y \quad | :2 \quad x = -7 - 4y$$

$$x = \frac{8 + 3y}{2}$$

Porovnáme obě vyjádření neznámé x . Dostáváme jednu rovnici o jedné neznámé, kterou vyřešíme.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

$$x = x$$

$$\frac{8+3y}{2} = -7-4y \quad | \cdot 2$$

$$8+3y = 2 \cdot (-7-4y)$$

$$8+3y = -14-8y \quad | +8y-8$$

$$11y = -22 \quad | :11$$

$$\underline{y = -2}$$

Hodnotu neznámé y dosadíme do vyjádření neznámé x (nebo do libovolné rovnice, ve které se neznámá x vyskytuje) a vypočítáme její hodnotu.

$$x = -7 - 4y$$

$$x = -7 - 4 \cdot (-2) = -7 + 8$$

$$\underline{x = 1}$$

Soustava má jedno řešení.

ŘEŠENÍM SOUSTAVY je uspořádaná dvojice $\underline{[x; y] = [1; -2]}$

MNOŽINA ŘEŠENÍ: $\underline{P = \{[1; -2]\}}$

ŘEŠENÍ B:

Z obou rovnic vyjádříme neznámou y .

$$2x - 3y = 8$$

$$\underline{x + 4y = -7}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

$$\begin{array}{l} 2x - 3y = 8 \quad | -2x \quad x + 4y = -7 \quad | -x \\ -3y = 8 - 2x \quad | :(-3) \quad 4y = -7 - x \quad | :4 \\ y = \frac{8 - 2x}{-3} \quad y = \frac{-7 - x}{4} \\ y = \frac{2x - 8}{3} \end{array}$$

Porovnáme obě vyjádření neznámé y . Dostáváme jednu rovnici o jedné neznámé x , kterou vyřešíme.

$$\begin{array}{l} y = y \\ \frac{2x - 8}{3} = \frac{-7 - x}{4} \quad | \cdot 12 \\ 4 \cdot (2x - 8) = 3 \cdot (-7 - x) \\ 8x - 32 = -21 - 3x \quad | + 3x + 32 \\ 11x = 11 \quad | :11 \\ \underline{x = 1} \end{array}$$

Hodnotu neznámé x dosadíme do vyjádření neznámé y (nebo do libovolné rovnice, ve které se neznámá y vyskytuje) a vypočítáme její hodnotu.

$$\begin{array}{l} y = \frac{2x - 8}{3} \\ y = \frac{2 \cdot 1 - 8}{3} = \frac{2 - 8}{3} = \frac{-6}{3} \\ \underline{y = -2} \end{array}$$

Soustava má jedno řešení.

ŘEŠENÍM SOUSTAVY je uspořádaná dvojice $\underline{[x; y] = [1; -2]}$

MNOŽINA ŘEŠENÍ: $\underline{P = \{[1; -2]\}}$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

PŘÍKLAD 4

Řešte soustavu rovnic $2x - y = 3$
 $-4x + 2y = 6$ o neznámých $x, y \in R$.

ŘEŠENÍ:

Soustavu řešíme sčítací metodou tak, aby vypadla neznámá x .

$$\begin{array}{r} 2x - y = 3 \quad | \cdot 2 \\ -4x + 2y = 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x - 2y = 6 \\ -4x + 2y = 6 \\ \hline \end{array}$$

Rovnice sečteme.

$$0 \cdot x + 0 \cdot y = 12 \quad \text{výrok není pravdivý pro žádné } x, y \in R$$

$$\underline{0 \neq 12}$$

Soustava **NEMÁ ŘEŠENÍ**.

MNOŽINA ŘEŠENÍ: $P = \{ \}$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

PŘÍKLAD 5

Řešte soustavu rovnic $2x - y = 3$
 $-4x + 2y = -6$ o neznámých $x, y \in R$.

ŘEŠENÍ:

Soustavu řešíme sčítací metodou tak, aby vypadla neznámá x .

$$\begin{array}{r} 2x - y = 3 \quad | \cdot 2 \\ -4x + 2y = -6 \\ \hline 4x - 2y = 6 \\ -4x + 2y = -6 \\ \hline \end{array}$$

Rovnice sečteme.

$$\begin{array}{ll} 0 \cdot x + 0 \cdot y = 0 & \text{výrok je pravdivý pro všechna } x, y \in R, \\ \underline{0 = 0} & \text{která splňují rovnice soustavy} \end{array}$$

Soustava má **NEKONEČNĚ MNOHO ŘEŠENÍ**.

VARIANTA A:

Zvolíme $x \in R$ a z libovolné rovnice vyjádříme y .

$$\begin{array}{r} 2x - y = 3 \quad | - 2x \\ -y = 3 - 2x \quad | \cdot (-1) \\ \underline{y = 2x - 3} \end{array}$$

ŘEŠENÍM SOUSTAVY je každá uspořádaná dvojice $[x; y] = [x; 2x - 3]$, kde $x \in R$

MNOŽINA ŘEŠENÍ: $P = \{[x; 2x - 3]; x \in R\}$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

VARIANTA B:

Zvolíme $y \in R$ a z libovolné rovnice vyjádříme x .

$$2x - y = 3 \quad | + y$$

$$2x = 3 + y \quad | : 2$$

$$\underline{x = \frac{3 + y}{2}}$$

ŘEŠENÍM SOUSTAVY je každá uspořádaná dvojice

$$\underline{[x; y] = \left[\frac{3 + y}{2}; y \right]}, \text{ kde } y \in R$$

$$\underline{\text{MNOŽINA ŘEŠENÍ: } P = \left\{ \left[\frac{3 + y}{2}; y \right]; y \in R \right\}}$$