



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

NEROVNICE V SOUČINOVÉM A PODÍLOVÉM TVARU

NEROVNICE V SOUČINOVÉM NEBO PODÍLOVÉM TVARU je nerovnice, která má na levé straně součin nebo podíl lineárních jednočlenů nebo dvojčlenů a na pravé straně nulu.

Při řešení nerovnic v součinnovém nebo podílovém tvaru využíváme **VLASTNOSTÍ REÁLNÝCH ČÍSEL**:

Součin dvou čísel, z nichž je alespoň jedno rovno nule, je nula.

Součin (podíl) dvou kladných čísel je kladné číslo.

Součin (podíl) dvou záporných čísel je kladné číslo.

Součin (podíl) kladného a záporného čísla je záporné číslo.

POSTUP ŘEŠENÍ:

1. Nerovnici v součinnovém nebo podílovém tvaru můžeme řešit pomocí **soustav nerovnic**, na které nerovnici rozepíšeme.

Každou soustavu vyřešíme a určíme společné řešení původní nerovnice jako sjednocení řešení jednotlivých soustav.

2. Nerovnici v součinnovém nebo podílovém tvaru můžeme řešit pomocí **tabulky**, ve které sledujeme „**znaménka**“ jednotlivých lineárních výrazů, které se v nerovnici vyskytují. Řešení pomocí tabulky umožňuje snadné řešení nerovnice i pro větší počet činitelů (lineárních výrazů).



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

PŘÍKLAD 1

Řešte nerovnici $(x+2)(x+3) \geq 0$ o neznámé $x \in R$.

ŘEŠENÍ:

Nejprve si ukážeme řešení pomocí soustavy nerovnic.

Součin na levé straně nerovnice má být kladný nebo roven nule. To znamená, že buď jsou oba výrazy na levé straně nerovnice kladné nebo rovny nule nebo oba záporné nebo rovny nule. Nerovnici přepíšeme formou soustav.

$$x+2 \geq 0 \quad \text{nebo} \quad x+2 \leq 0$$

$$\underline{x+3 \geq 0} \quad \underline{x+3 \leq 0}$$

Nejdříve vyřešíme obě soustavy. Vyřešíme vždy obě nerovnice soustavy zvlášť a určíme průnik jejich množin řešení. Soustavy takto řešíme nezávisle na sobě.

1. soustava

$$x+2 \geq 0$$

$$x+2 \geq 0$$

$$x+3 \geq 0$$

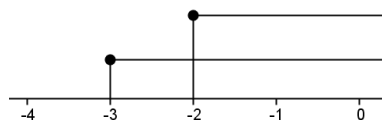
$$\underline{x+3 \geq 0}$$

$$x \geq -2$$

$$x \geq -3$$

$$\underline{P_1 = \langle -2; \infty \rangle}$$

$$\underline{P_2 = \langle -3; \infty \rangle}$$



$$P_{12} = P_1 \cap P_2$$

$$P_{12} = \langle -2; \infty \rangle \cap \langle -3; \infty \rangle$$

$$\underline{P_{12} = \langle -2; \infty \rangle} \text{ množina řešení první soustavy}$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

2. soustava

$$x + 2 \leq 0$$

$$x + 2 \leq 0$$

$$x + 3 \leq 0$$

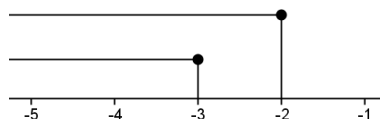
$$x + 3 \leq 0$$

$$x \leq -2$$

$$x \leq -3$$

$$P_3 = (-\infty; -2]$$

$$P_4 = (-\infty; -3]$$



$$P_{34} = P_3 \cap P_4$$

$$P_{34} = (-\infty; -2] \cap (-\infty; -3]$$

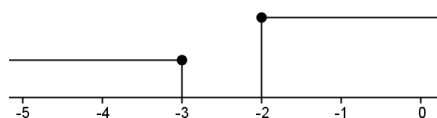
$$P_{34} = (-\infty; -3] \text{ množina řešení druhé soustavy}$$

Řešení původní nerovnice určíme jako sjednocení množin P_{12} a P_{34} .
Nerovnici řeší hodnoty buď z množiny P_{12} , nebo z množiny P_{34} .

$$P = P_{12} \cup P_{34}$$

$$P = \langle -2; \infty) \cup (-\infty; -3]$$

$$P = (-\infty; -3] \cup \langle -2; \infty)$$



$$\text{MNOŽINA ŘEŠENÍ: } P = (-\infty; -3] \cup \langle -2; \infty)$$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

PŘÍKLAD 2

Řešte nerovnici $(x + 8)(x - 10) > 0$ o neznámé $x \in R$.

ŘEŠENÍ:

Nyní nerovnici v součinnovém tvaru vyřešíme pomocí tabulky.

V jednoduché tabulce budeme sledovat „znaménka“ jednotlivých lineárních výrazů, které se vyskytují v nerovnici. Pak využijeme vlastností reálných čísel při násobení, určíme „znaménko“ celého výrazu na levé straně nerovnice a rozhodneme o množině řešení nerovnice.

Důležité pro sestavení tabulky a řešení nerovnice jsou tzv. **nulové body** výrazů, tedy body (hodnoty x), pro které jsou výrazy rovny nule. V našem případě existují 2 nulové body, pro každý výraz jeden.

$$x + 8 = 0$$

$$x - 10 = 0$$

$$\underline{x = -8}$$

$$\underline{x = 10}$$

Jeden nulový bod by rozdělil množinu reálných čísel na dva intervaly, dva nulové body rozdělí množinu reálných čísel na tři intervaly (nulové body tvoří krajní body intervalů), na kterých budeme řešit zadanou nerovnici.

$$R = (-\infty; -8) \cup (-8; 10) \cup (10; \infty).$$

Lineární výrazy jsou pro všechny vnitřní body takto určených intervalů vždy buď kladné, nebo záporné. (Ověříme dosazením libovolného čísla z intervalu do výrazu).

Předchozí můžeme zapsat přehledně do tabulky.

Zároveň v tabulce určíme znaménko pro součin výrazů na daných intervalech.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

	$(-\infty; -8)$	$\langle -8; 10 \rangle$	$\langle 10; \infty$
$x + 8$	-	+	+
$x - 10$	-	-	+
$(x + 8)(x - 10)$	+	-	+

Součin na levé straně nerovnice má být kladný. Řešením nerovnice jsou intervaly, na kterých vyšlo znaménko +. Pokud takových intervalů existuje několik, jedná se o jejich sjednocení.

Ještě musíme rozhodnout, zda je množina řešení určena uzavřenými nebo otevřenými intervaly, zda krajní body intervalů do množiny řešení patří nebo nepatří. O tom rozhoduje znak nerovnosti v nerovnici. Naše řešení tvoří otevřené intervaly.

MNOŽINA ŘEŠENÍ: $P = (-\infty; -8) \cup (10; \infty)$



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

PŘÍKLAD 3

Řešte nerovnici $\frac{3x-12}{x+9} \leq 0$ o neznámé $x \in R$.

ŘEŠENÍ:

Nerovnici v podílovém tvaru vyřešíme pomocí tabulky.

V jednoduché tabulce budeme sledovat „znaménka“ jednotlivých lineárních výrazů, které se vyskytují v nerovnici. Pak využijeme vlastností reálných čísel při dělení, určíme „znaménko“ celého výrazu na levé straně nerovnice a rozhodneme o množině řešení nerovnice.

Nerovnice má smysl, pokud $x+9 \neq 0$, tedy pokud $x \neq -9$.

Důležité pro sestavení tabulky a řešení nerovnice jsou tzv. **nulové body** výrazů, tedy body (hodnoty x), pro které jsou výrazy rovny nule. Tyto nulové body určíme.

$$\begin{array}{ll} 3x-12=0 & x+9=0 \\ 3x=12 & \underline{x=-9} \\ \underline{x=4} & \end{array}$$

Nulové body rozdělí množinu reálných čísel na tři intervaly. Podmínku $x \neq -9$ můžeme zahrnout do krajních bodů intervalů.

$$R = (-\infty; -9) \cup (-9; 4) \cup \langle 4; \infty).$$

Na jednotlivých intervalech ověříme dosazením libovolného čísla z intervalu znaménko výrazu.

Vše zapíšeme do tabulky.

V tabulce určíme znaménko pro podíl výrazů na daných intervalech.



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

	$(-\infty; -9)$	$(-9; 4)$	$(4; \infty)$
$3x - 12$	-	-	+
$x + 9$	-	+	+
$\frac{3x - 12}{x + 9}$	+	-	+

Podíl na levé straně nerovnice má být záporný nebo roven nule. Řešením nerovnice je interval, na kterém vyšlo znaménko -. (Pokud takových intervalů existuje několik, jedná se o jejich sjednocení.)

Ještě musíme rozhodnout, zda krajní body intervalu do množiny řešení patří nebo nepatří. O tom rozhoduje znak nerovnosti v nerovnici. Naše řešení tvoří uzavřený interval se současnou platností podmínky, tedy polouzavřený interval.

MNOŽINA ŘEŠENÍ: $\underline{P = (-9; 4]}$