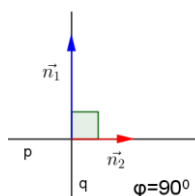
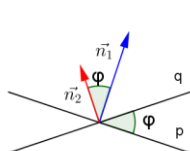
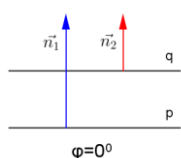


## Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

### ODCHYLKA DVOU PŘÍMEK

ODCHYLKA  $\varphi$  DVOU PŘÍMEK  $p, q$  je velikost úhlu, který vymezují přímky  $p, q$  (případně přímky s nimi rovnoběžné). Pro velikost odchyly dvou přímek platí  $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$ .



ODCHYLKU  $\varphi$  DVOU PŘÍMEK  $p, q$  s normálovými resp. směrovými vektory  $\vec{u} = (u_1; u_2)$ ,  $\vec{v} = (v_1; v_2)$  vypočítáme podle vzorce

$$\cos \varphi = \frac{|u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2|}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$$

Zkráceně  $\cos \varphi = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$ ,

kde  $\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2$

$$|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2} \text{ velikost vektoru } \vec{u}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \text{ velikost vektoru } \vec{v}$$

### ODVOZENÍ

Odchylka dvou přímek je odvozená ze vzorce pro odchylku normálových, resp. směrových vektorů přímek.

**Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí  
prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým  
zaměřením**

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

**PŘÍKLAD 1**

Určete odchylku  $\varphi$  přímek  $p: x - 3y + 4 = 0$ ,  $q: x + 2y - 6 = 0$ .

**ŘEŠENÍ A:**

Z obecných rovnic určíme normálové vektory přímek.

$$\vec{n}_1 = (1; -3) \quad \vec{n}_2 = (1; 2)$$

$$\text{Dosadíme do vzorce } \cos \varphi = \frac{|u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2|}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$$

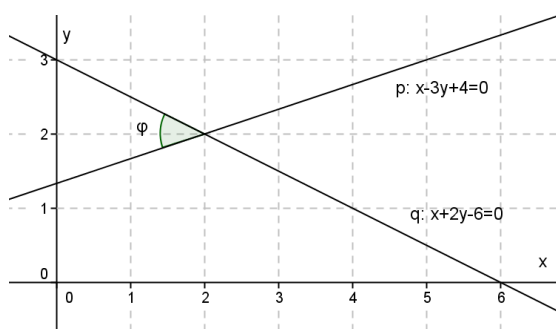
$$\cos \varphi = \frac{|1 \cdot 1 + (-3) \cdot 2|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 2^2}}$$

$$\cos \varphi = \frac{|-5|}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{5}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\underline{\varphi = 45^\circ}$$

**ODCHYLKA PŘÍMEK:  $\varphi = 45^\circ$**





evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

### ŘEŠENÍ B:

Z obecných rovnic určíme normálové vektory přímek.

$$\vec{n}_1 = (1; -3) \quad \vec{n}_2 = (1; 2)$$

Vypočítáme skalární součin a velikosti normálových vektorů.

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 1 \cdot 1 + (-3) \cdot 2 = 1 - 6 = -5 \quad \underline{\underline{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = -5}}$$

$$\left| \vec{n}_1 \right| = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{10} \quad \underline{\underline{\left| \vec{n}_1 \right| = \sqrt{10}}}$$

$$\left| \vec{n}_2 \right| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \quad \underline{\underline{\left| \vec{n}_2 \right| = \sqrt{5}}}$$

$$\text{Dosadíme do vzorce } \cos \varphi = \frac{\left| \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 \right|}{\left| \vec{n}_1 \right| \cdot \left| \vec{n}_2 \right|}$$

$$\cos \varphi = \frac{|-5|}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{5}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\underline{\underline{\varphi = 45^\circ}}$$

ODCHYLKA PŘÍMEK:  $\varphi = 45^\circ$

## Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

### PŘÍKLAD 2

Určete odchylku  $\varphi$  přímek  $p: x = 3 + 4t, y = 4 + 2t$

$$q: x = -1 - s, y = 2 + 2s.$$

### ŘEŠENÍ:

Z parametrických vyjádření určíme směrové vektory přímek.

$$\vec{u}_1 = (4; 2) \quad \vec{u}_2 = (-1; 2)$$

$$\text{Dosadíme do vzorce } \cos \varphi = \frac{|u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2|}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$$

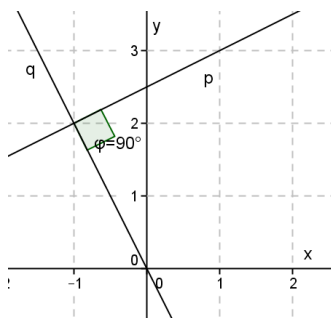
$$\cos \varphi = \frac{|4 \cdot (-1) + 2 \cdot 2|}{\sqrt{4^2 + 2^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 2^2}}$$

$$\cos \varphi = \frac{|0|}{\sqrt{20} \cdot \sqrt{5}} = 0$$

$$\cos \varphi = 0$$

$$\underline{\varphi = 90^\circ} \quad \text{přímky jsou kolmé}$$

**ODCHYLKA PŘÍMEK:  $\underline{\varphi = 90^\circ}$**



## Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

### PŘÍKLAD 3

Určete odchylku  $\varphi$  přímek  $p: 2x + y - 7 = 0$ ,  $q: x - 2y + 4 = 0$ .

#### ŘEŠENÍ:

Z obecných rovnic určíme normálové vektory přímek.

$$\vec{n}_1 = (2; 1) \quad \vec{n}_2 = (1; -2)$$

$$\text{Dosadíme do vzorce } \cos \varphi = \frac{|u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2|}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2} \cdot \sqrt{v_1^2 + v_2^2}}$$

$$\cos \varphi = \frac{|2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2)|}{\sqrt{2^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-2)^2}}$$

$$\cos \varphi = \frac{|0|}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = 0$$

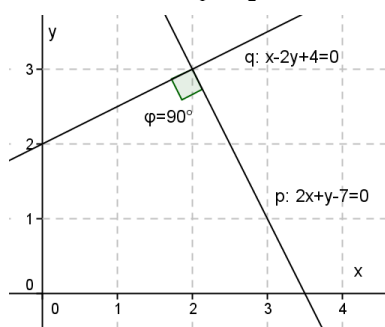
$$\cos \varphi = 0$$

$$\underline{\varphi = 90^\circ} \quad \text{přímky jsou kolmé}$$

**ODCHYLKA PŘÍMEK:**  $\underline{\varphi = 90^\circ}$

**POZNÁMKA:** Skalární součin vektorů  $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$  právě tehdy,

když vektory  $\vec{n}_1$ ,  $\vec{n}_2$  jsou navzájem kolmé ( $\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2$ ).





evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

### PŘÍKLAD 4

Napište rovnici přímky  $p$  procházející bodem  $A[-2;3]$ , která je kolmá na přímkou  $q: 3x - 2y + 6 = 0$ .

#### ŘEŠENÍ:

Z obecné rovnice určíme normálový vektor přímky  $q: \vec{n}_q = (3; -2)$ .

Normálový vektor přímky  $q$  je kolmý na přímkou  $q$  a je rovnoběžný s přímkou  $p$ . Normálový vektor přímky  $q$  a směrový vektor přímky  $p$  jsou rovnoběžné (mohou být i shodné).

$$\vec{n}_q = \vec{u}_p \quad \vec{u}_p = (3; -2)$$

Určíme normálový vektor přímky  $p$ .

$$\vec{u}_p = (3; -2) \quad \underline{\vec{n}_p = (2; 3)}$$

Dosadíme do vzorce obecné rovnice  $ax + by + c = 0$ .

$$\vec{n}_p = (2; 3): \quad 2x + 3y + c = 0$$

$$A[-2; 3]: \quad 2 \cdot (-2) + 3 \cdot 3 + c = 0$$

$$-4 + 9 + c = 0$$

$$5 + c = 0$$

$$c = -5$$

$$\text{Obecná rovnice: } p: \underline{2x + 3y - 5 = 0}$$

**OBECNÁ ROVNICE PŘÍMKY:**  $p: \underline{2x + 3y - 5 = 0}$

**POZNÁMKA:** Přímky  $p, q$  jsou navzájem kolmé právě tehdy, když jsou normálové vektory přímk  $p, q$  navzájem kolmé.



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

