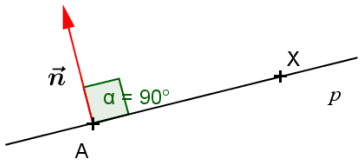
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

OBECNÁ ROVNICE PŘÍMKY

NORMÁLOVÝ VEKTOR PŘÍMKY je nenulový vektor, který je na danou přímku kolmý.



OBECNOU ROVNICI PŘÍMKY p, která je daná normálovým vektorem $\vec{n}=(a;b)$ a bodem $A[x_1;y_1]$, zapíšeme pro libovolný bod $X[x;y]$ přímky p ve tvaru

$$ax+by+c=0.$$

ODVOZENÍ: Body $A[x_1;y_1]$, $X[x;y]$ přímky p určují vektor $\vec{AX}=(x-x_1;y-y_1)$, který je kolmý na normálový vektor $\vec{n}=(a;b)$. Platí tedy $\vec{n}\cdot\vec{AX}=0$. Dosadíme a upravíme.

$$\vec{n}\cdot\vec{AX}=0$$

$$a\cdot(x-x_1)+b\cdot(y-y_1)=0$$

$$ax-ax_1+by-by_1=0$$

$$ax+by-ax_1-by_1=0$$

$$\underline{ax+by+c=0}\text{, kde } c=-ax_1-by_1$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

PŘÍKLAD 1

Napište obecnou rovnici přímky *p*, která je daná bodem $A[2;1]$ a normálovým vektorem $\vec{n} = (2;7)$.

ŘEŠENÍ:

Dosadíme do vzorce obecné rovnice $ax + by + c = 0$.

Dosadíme $\vec{n} = (2;7)$: $2x + 7y + c = 0$

Rovnice musí platit pro $A \in p$.

Dosadíme $A[2;1]$: $2 \cdot 2 + 7 \cdot 1 + c = 0$

Vypočítáme c: $4 + 7 + c = 0$

$11 + c = 0$

$c = -11$

Dosadíme do obecné rovnice $c = -11$: $2x + 7y - 11 = 0$

OBECNÁ ROVNICE PŘÍMKY: $2x + 7y - 11 = 0$

PŘÍKLAD 2

Napište obecnou rovnici přímky *p*, která je daná bodem $A[-4;3]$ a normálovým vektorem $\vec{n}=(5;-2)$.

ŘEŠENÍ:

Dosadíme do vzorce obecné rovnice $ax+by+c=0$.

$\vec{n}=(5;-2)$: $\quad 5x+(-2)y+c=0$

$A[-4;3]$: $\quad 5\cdot(-4)+(-2)\cdot 3+c=0$

$$-20-6+c=0$$

$$-26+c=0$$

$$\underline{c=26}$$

Obecná rovnice: $\underline{5x-2y+26=0}$

OBECNÁ ROVNICE PŘÍMKY: $\underline{5x-2y+26=0}$

PŘÍKLAD 3

Určete normálový vektor přímky *p:* $x-3y+15=0$.

ŘEŠENÍ:

Z obecné rovnice určíme normálový vektor $\vec{n}=(1;-3)$.

NORMÁLOVÝ VEKTOR: $\underline{\vec{n}=(1;-3)}$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

PŘÍKLAD 4

Přímka *p* je dána parametrickým vyjádřením $x = 3 + 5t$, $y = 2 - 2t$. Napište její obecnou rovnici.

ŘEŠENÍ:

Parametrické rovnice vynásobíme tak, aby při následném sečtení vypadl parametr t.

$x = 3 + 5t \quad |\cdot 2$

$y = 2 - 2t \quad |\cdot 5$

$2x = 6 + 10t$ rovnice

$5y = 10 - 10t$ sečteme

$2x + 5y = 16 \quad |-16$

$2x + 5y - 16 = 0$

OBECNÁ ROVNICE PŘÍMKY: $2x + 5y - 16 = 0$

UVĚDOMTE SI:

Směrový vektor přímky p: $\vec{u} = (5;-2)$

Normálový vektor přímky p: $\vec{n} = (2;5)$

Skalární součin: $\vec{u} \cdot \vec{n} = 5 \cdot 2 + (-2) \cdot 5 = 10 - 10 = 0$

Vektory $\vec{u}$, $\vec{n}$ jsou kolmé ($\vec{u} \perp \vec{n}$).

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

PŘÍKLAD 5

Napište obecnou rovnici přímky *p*, která je daná bodem $A[3;-1]$ a směrovým vektorem $\vec{u}=(3;-2)$.

ŘEŠENÍ A:

Přímku p zapíšeme parametrickým vyjádřením a následně převedeme na obecnou rovnici.

$A[3;-1]$, $\vec{u}=(3;-2)$ směrový vektor

Parametrické vyjádření: $x=3+3t$

$$y=-1-2t,\ t\in R$$

Převedení na obecnou rovnici: $x=3+3t \quad |\cdot 2$

$$y=-1-2t \quad |\cdot 3$$

$$2x=6+6t$$
$$3y=-3-6t \quad \text{sečteme}$$

$$2x+3y=3 \quad |-3$$

$$2x+3y-3=0$$

OBECNÁ ROVNICE PŘÍMKY: $2x+3y-3=0$

ŘEŠENÍ B:

Směrový vektor převedeme na normálový a přímku p zapíšeme obecnou rovnicí.

Převedení vektoru: $\vec{u} = (3;-2)$ směrový vektor

$\vec{n} = (2;3)$ normálový vektor

(zaměníme souřadnice a u jedné souřadnice změníme znaménko tak, aby $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$)

Dosadíme do vzorce obecné rovnice $ax + by + c = 0$:

$\vec{n} = (2;3)$: $2x + 3y + c = 0$

$A[3;-1]$: $2 \cdot 3 + 3 \cdot (-1) + c = 0$

$6 - 3 + c = 0$

$3 + c = 0$

$c = -3$

Obecná rovnice: $2x + 3y - 3 = 0$

OBECNÁ ROVNICE PŘÍMKY: $2x + 3y - 3 = 0$

PŘÍKLAD 6

Napište obecnou rovnici přímky AB pro $A[-2;-1]$, $B[-1;3]$.

ŘEŠENÍ:

Body A, B určují vektor $\vec{AB}$. Vektor $\vec{AB}$ je směrovým vektorem přímky AB. Určíme jeho souřadnice.

$A[-2;-1]$ $\qquad \vec{AB} = B - A$

$B[-1;3]$ $\qquad \vec{AB} = (1;4)$

Směrový vektor převedeme na normálový.

$\vec{AB} = (1;4)$ směrový vektor

$\vec{n} = (4;-1)$ normálový vektor

Dosadíme do vzorce obecné rovnice $ax + by + c = 0$.

$\vec{n} = (4;-1)$: $\quad 4x - y + c = 0$

$A[-2;-1]$: $\quad 4 \cdot (-2) - (-1) + c = 0$

$-8 + 1 + c = 0$

$-7 + c = 0$

$c = 7$

Obecná rovnice: $\quad 4x - y + 7 = 0$

OBECNÁ ROVNICE PŘÍMKY: $4x - y + 7 = 0$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

PŘÍKLAD 7

Přímka p je určená obecnou rovnicí $x+2y-4=0$. Určete tři libovolné body přímky a přímku znázorněte.

ŘEŠENÍ:

Pro každý bod přímky platí obecná rovnice. Libovolný bod přímky určíme tak, že zvolenou libovolnou hodnotu jedné ze souřadnic *x, y* dosadíme do obecné rovnice přímky a vypočítáme druhou souřadnici bodu $[x;y]$. My zvolíme hodnotu souřadnice *y*.

Přímka *p*: $x+2y-4=0$

$y=1$ $x+2\cdot 1-4=0$

$x-2=0$

$x=2$ $\quad A[2;1]$

$y=2$ $x+2\cdot 2-4=0$

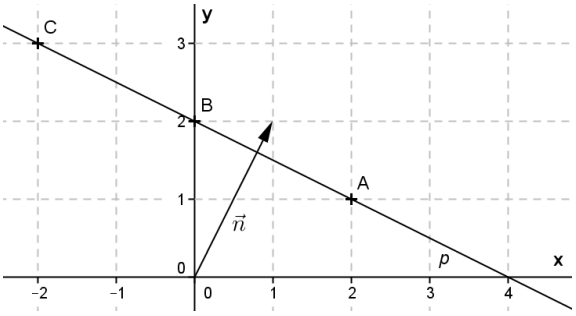
$x=0$ $\quad B[0;2]$

$y=3$ $x+2\cdot 3-4=0$

$x+2=0$

$x=-2$ $\quad C[-2;3]$

BODY PŘÍMKY: $A[2;1]$, $B[0;2]$, $C[-2;3]$



PŘÍKLAD 8

Určete průsečíky přímky *p*: $2x+3y-6=0$ s osami soustavy souřadnic. Přímku znázorněte.

ŘEŠENÍ:

Průsečík přímky *p* s osou *x* je bod $P_x[x;0]$, Průsečík přímky *p* s osou *y* je bod $P_y[0;y]$.

Průsečíky určíme tak, že dosadíme do obecné rovnice přímky.

Přímka *p*: $2x+3y-6=0$

$y=0$ $\quad 2x+3\cdot 0-6=0$

$2x-6=0$

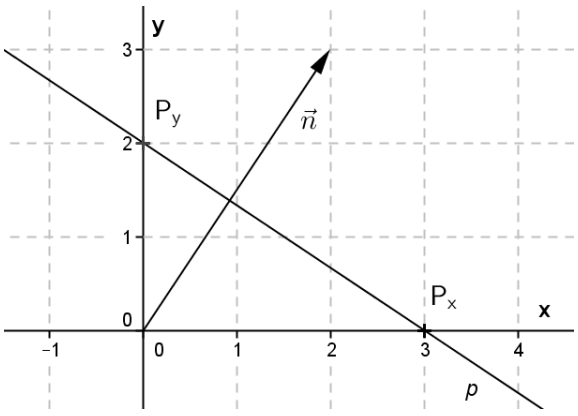
$x=3$ $\quad P_x[3;0]$

$x=0$ $\quad 2\cdot 0+3y-6=0$

$3y-6=0$

$y=2$ $\quad P_y[0;2]$

PRŮSEČÍKY S OSAMI: $P_x[3;0]$, $P_y[0;2]$



PŘÍKLAD 9

Rozhodněte, zda body A, B leží na přímce *p:* $3x+4y-10=0$

a) $A[2;1]$ b) $B[4;2]$

ŘEŠENÍ:

Pro každý bod přímky *p* platí obecná rovnice $3x+4y-10=0$.

Dosadíme souřadnice bodu do obecné rovnice a ověříme její platnost.

a) $A[2;1]$ $3\cdot 2+4\cdot 1-10=0$

$6+4-10=0$

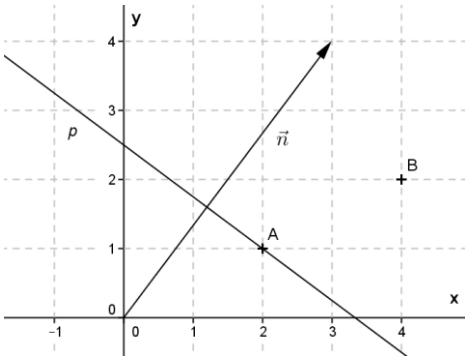
$0=0$

Rovnice platí. Bod A leží na přímce.

b) $B[4;2]$ $3\cdot 4+4\cdot 2-10=0$

$12+8-10=0$

$10\neq 0$

Rovnice neplatí. Bod B neleží na přímce.

BOD A PŘÍMKA: $A\in p$, $B\notin p$