



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

# SOUŘADNICE BODU, VZDÁLENOST BODŮ

## SOUŘADNICE BODU NA PŘÍMCE

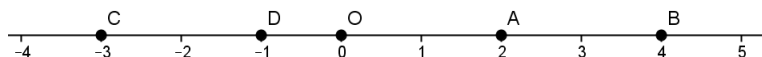
**ČÍSELNÁ OSA** na přímce je určena počátkem  $O$  a jednotkou měření.

Libovolný bod  $A$  na číselné ose je určen jednou souřadnicí, zapisujeme  $A[x_1]$ .

### PŘÍKLAD 1

Znáznorněte na číselné ose  $x$  body  $A[2]$ ,  $B[4]$ ,  $C[-3]$ ,  $D[-1]$ ,  $O[0]$ .

**ŘEŠENÍ:**



## SOUŘADNICE BODU V ROVINĚ

**SOUSTAVA SOUŘADNIC** v rovině je určena dvěma navzájem kolmými číselnými osami  $x$ ,  $y$  se společným počátkem  $O$  a jednotkou měření.

Libovolný bod  $A$  v soustavě souřadnic je určen dvěma souřadnicemi, zapisujeme  $A[x_1, y_1]$ .

Libovolný bod  $X$  na ose  $x$  má souřadnice  $X[x, 0]$ , kde  $x \in R$ .

Libovolný bod  $Y$  na ose  $y$  má souřadnice  $Y[0, y]$ , kde  $y \in R$ .



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

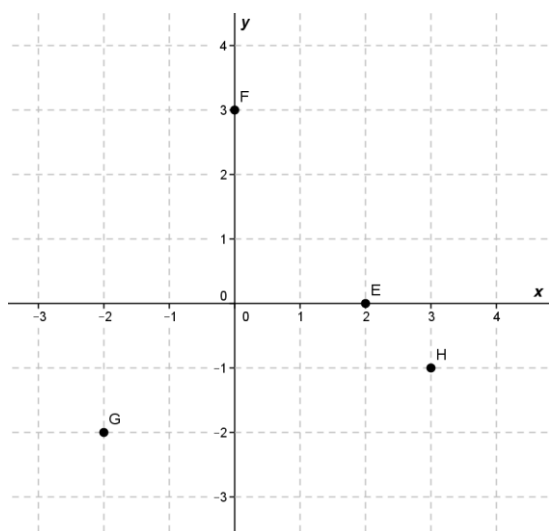
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

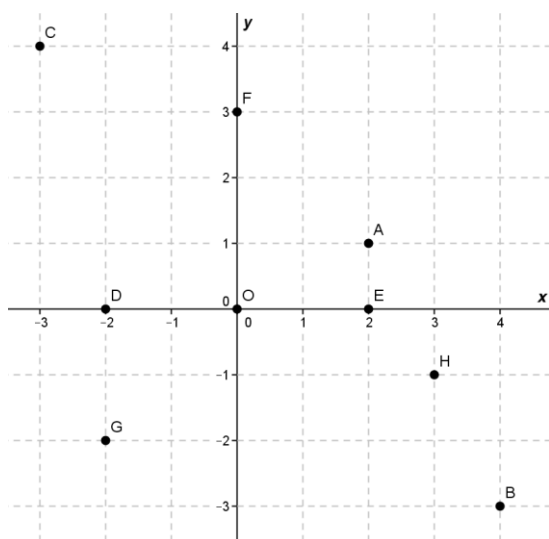
Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

### PŘÍKLAD 2

Znázorněte v soustavě souřadnic body  $A[2;1]$ ,  $B[4;-3]$ ,  $C[-3;4]$ ,  $D[-2;0]$ ,  $O[0;0]$ . Určete souřadnice bodů E, F, G, H.



### ŘEŠENÍ:



SOUŘADNICE BODŮ:  $\underline{E[2;0]}$ ,  $\underline{F[0;3]}$ ,  $\underline{G[-2;-2]}$ ,  $\underline{H[3;-1]}$



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

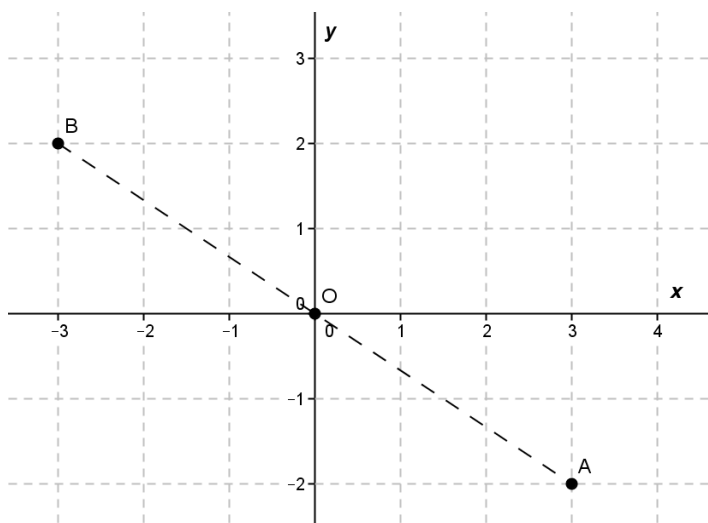
Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

### PŘÍKLAD 3

Určete souřadnice bodu B, který je souměrně sdružený s bodem  $A[3;-2]$  podle počátku O soustavy souřadnic.

#### ŘEŠENÍ:

Bod A znázorníme v soustavě souřadnic a znázorníme bod B souměrný s bodem A podle bodu O.



SOUŘADNICE BODU:  $B[-3;2]$

**Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí  
prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým  
zaměřením**

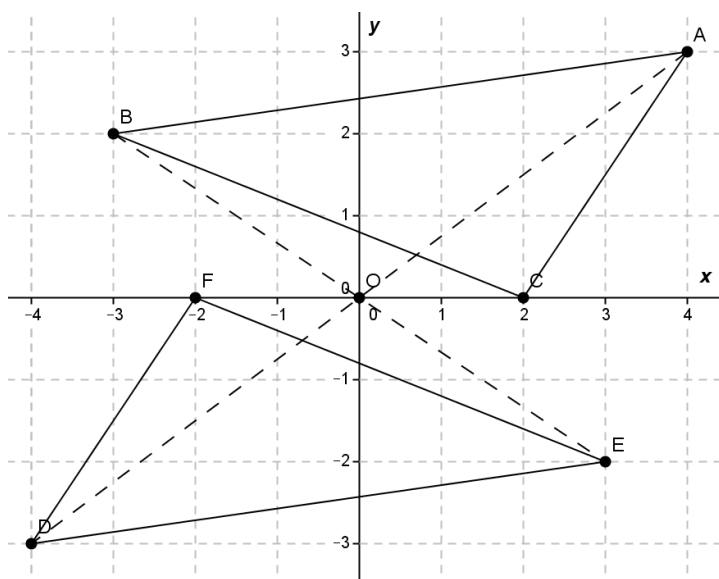
Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

**PŘÍKLAD 4**

Znázorněte trojúhelník ABC s vrcholy  $A[4;3]$ ,  $B[-3;2]$ ,  $C[2;0]$  a sestrojte jeho obraz trojúhelník DEF ve středové souměrnosti se středem v počátku  $O$  soustavy souřadnic. Určete souřadnice bodů  $D$ ,  $E$ ,  $F$ .

**ŘEŠENÍ:**

Body  $A[4;3]$ ,  $B[-3;2]$ ,  $C[2;0]$  znázorníme v soustavě souřadnic a sestrojíme body  $D$ ,  $E$ ,  $F$  souměrné s body  $A$ ,  $B$ ,  $C$  podle bodu  $O$ .



**SOUŘADNICE BODŮ:**  $D[-4;-3]$ ,  $E[3;-2]$ ,  $F[-2;0]$

**Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí  
prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým  
zaměřením**

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

**PŘÍKLAD 5**

Určete souřadnice bodu, který je souměrně sdružený s bodem

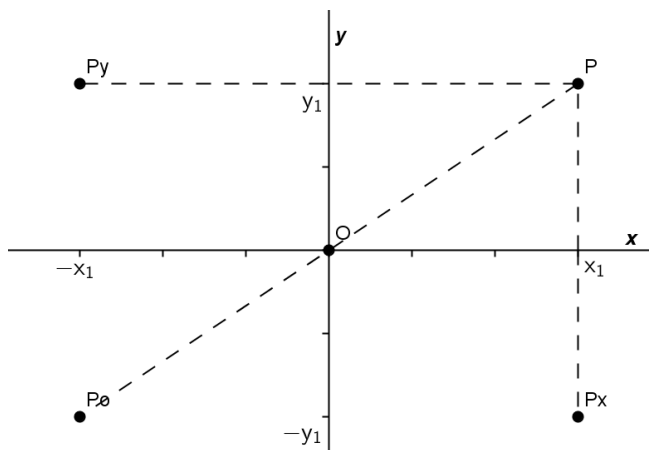
$P[x_1, y_1]$  a) podle osy  $x$

b) podle osy  $y$

c) podle bodu  $O$

**ŘEŠENÍ:**

Bod  $P[x_1, y_1]$  znázorníme v soustavě souřadnic a znázorníme také body souměrné podle osy  $x$ , osy  $y$  a bodu  $O$ .



a) **BOD SOUMĚRNÝ** podle osy  $x$ :  $\underline{P_x[x_1, -y_1]}$

b) **BOD SOUMĚRNÝ** podle osy  $y$ :  $\underline{P_y[-x_1, y_1]}$

c) **BOD SOUMĚRNÝ** podle bodu  $O$ :  $\underline{P_o[-x_1, -y_1]}$



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

### VZDÁLENOST DVOU BODŮ NA PŘÍMCE

VZDÁLENOST BODŮ  $A[x_1]$  a  $B[x_2]$  na přímce vypočítáme podle vzorce

$$|AB| = |x_2 - x_1|$$

### PŘÍKLAD 6

Určete vzdálenost bodů A, B, jestliže

a)  $A[4], B[1]$

b)  $A[-1], B[3]$

### ŘEŠENÍ:

Dosadíme do vzorce  $|AB| = |x_2 - x_1|$

a)  $A[4], B[1]$

b)  $A[-1], B[3]$

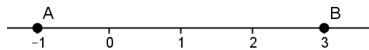
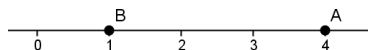
$$|AB| = |1 - 4|$$

$$|AB| = |3 - (-1)|$$

$$\underline{|AB| = 3}$$

$$\underline{|AB| = 4}$$

Výsledek ověříme na číselné ose.



a) VZDÁLENOST:  $\underline{|AB| = 3}$

b) VZDÁLENOST:  $\underline{|AB| = 4}$



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

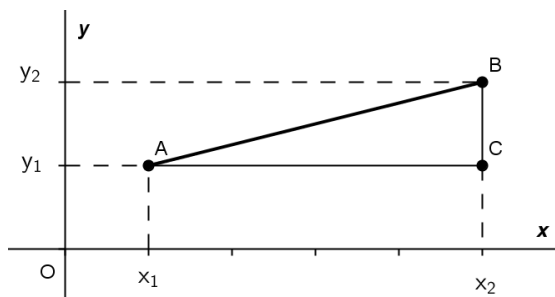
Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

### VZDÁLENOST DVOU BODŮ V ROVINĚ

VZDÁLENOST BODŮ  $A[x_1; y_1]$  a  $B[x_2; y_2]$  v rovině vypočítáme podle vzorce

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

**ODVOZENÍ:** Vzdálenost dvou bodů A, B je stejná jako délka úsečky AB. Vzorec pro její výpočet odvodíme podle Pythagorovy věty z pravoúhlého trojúhelníku ABC.



$$|AB|^2 = |AC|^2 + |CB|^2$$

$$|AB| = \sqrt{|AC|^2 + |CB|^2}$$

$$\text{Dosadíme: } |AC| = |x_2 - x_1| \quad |CB| = |y_2 - y_1|$$

$$|AB| = \sqrt{|x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2}$$

$$\underline{|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$$



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01.0021“

### PŘÍKLAD 7

---

Určete vzdálenost bodů A, B, jestliže a)  $A[-1;-1]$ ,  $B[11;-6]$

b)  $A[6;1]$ ,  $B[3;1]$

#### ŘEŠENÍ:

Dosadíme do vzorce  $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

ŘEŠENÍ a)  $A[-1;-1]$ ,  $B[11;-6]$

$$|AB| = \sqrt{[11 - (-1)]^2 + [-6 - (-1)]^2}$$

$$|AB| = \sqrt{12^2 + (-5)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{144 + 25}$$

$$\underline{|AB| = 13}$$

VZDÁLENOST:  $|AB| = 13$

ŘEŠENÍ b)  $A[6;1]$ ,  $B[3;1]$

$$|AB| = \sqrt{(3 - 6)^2 + (1 - 1)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{(-3)^2 + 0^2}$$

$$|AB| = \sqrt{9 + 0}$$

$$\underline{|AB| = 3}$$

VZDÁLENOST:  $|AB| = 3$





evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

### PŘÍKLAD 8

Na ose  $y$  najděte bod  $B$  vzdálený od bodu  $A[3;-2]$  o délku 5.

#### ŘEŠENÍ:

Bod  $B$  leží na ose  $y$ , proto má souřadnice  $B[0; y]$ .

Bod  $B$  je od bodu  $A[3;-2]$  vzdálený o délku 5, tedy  $|AB| = 5$

Dosadíme do vzorce  $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ .

$$|AB| = \sqrt{(0 - 3)^2 + [y - (-2)]^2}$$

$$|AB| = \sqrt{(-3)^2 + (y + 2)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{9 + y^2 + 4y + 4}$$

$$|AB| = \sqrt{y^2 + 4y + 13}$$

Porovnáme a řešíme rovnici  $\sqrt{y^2 + 4y + 13} = 5$

$$\sqrt{y^2 + 4y + 13} = 5$$

$$y^2 + 4y + 13 = 25$$

$$y^2 + 4y - 12 = 0$$

$$(y + 6)(y - 2) = 0$$

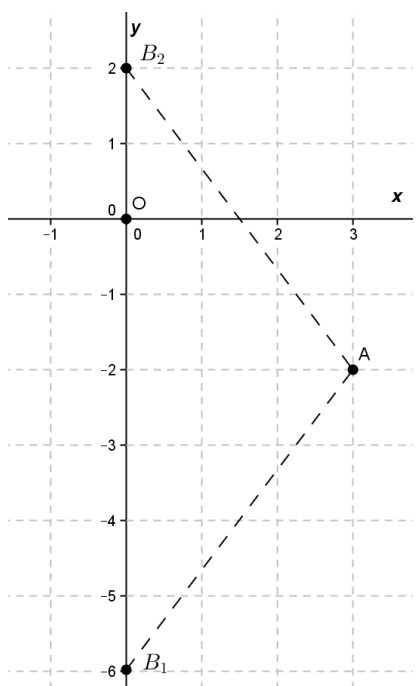
$$\underline{y_1 = -6} \quad \underline{y_2 = 2}$$

Rovnice má dvě řešení, existují dva body s danou vlastností.

**HLEDANÉ BODY:**  $B_1[0;-6]$ ,  $B_2[0;2]$

**Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí  
prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým  
zaměřením**

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“



### PŘÍKLAD 9

Rozhodněte, zda trojúhelník s vrcholy  $A[3;2]$ ,  $B[-1;-1]$ ,  $C[11;-6]$  je pravoúhlý.

#### ŘEŠENÍ:

Vypočítáme délky stran trojúhelníku ABC.

$$|AB| = \sqrt{[(-1)-3]^2 + [(-1)-2]^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

$$|AC| = \sqrt{[(11)-3]^2 + [(-6)-2]^2} = \sqrt{64+64} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$$

$$|BC| = \sqrt{[11-(-1)]^2 + [(-6)-(-1)]^2} = \sqrt{144+25} = \sqrt{169} = 13$$



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Zvýšení matematických a odborných jazykových znalostí prostřednictvím ICT u žáků středních škol s technickým zaměřením

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.1.14/01/0021“

Pokud je trojúhelník ABC pravoúhlý, splňují délky jeho stran Pythagorovu větu. Přeponou trojúhelníku je nejdelší strana BC. Ověříme platnost Pythagorovy věty dosazením.

$$|AB|^2 + |AC|^2 = |BC|^2$$

$$5^2 + (8\sqrt{2})^2 = 13^2$$

$$25 + 128 = 169$$

$$\underline{153 \neq 169}$$

Strany trojúhelníku ABC nesplňují Pythagorovu větu.

**ZÁVĚR:** trojúhelník ABC není pravoúhlý

### PŘÍKLAD 10

Vypočítejte obsah čtverce ABCD s vrcholy  $A[0;0]$ ,  $B[3;1]$ ,  $C[2;4]$ ,  $D[-1;3]$ .

#### ŘEŠENÍ:

Obsah čtverce  $S = a^2$ , kde  $a$  je délka strany čtverce.

Vypočítáme délku strany AB a dosadíme do vzorce pro výpočet obsahu čtverce.

$$a = |AB| = \sqrt{(3-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{10}$$

$$S = a^2 = (\sqrt{10})^2$$

$$\underline{S = 10}$$

**OBSAH ČTVERCE:**  $S = 10$